

THESES

présentées à la

FACULTE DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DE PARIS

Centre d'Orsay

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGENIEUR

par

Jacques DUPIN

1ère THESE

Etude des Propriétés Optiques
d'un Spectromètre Magnétique à Triple Focalisation

2ème THESE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 10 Janvier 1967 devant la Commission d'Examen

MM. A. BLANC-LAPIERRE	Président
R. LUCAS	Invité
A. SEPTIER	Examineurs
P. BOUNIN	

T H E S E S

présentées à la

F A C U L T E D E S S C I E N C E S
D E L ' U N I V E R S I T E D E P A R I S

Centre d'Orsay

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGENIEUR

par

Jacques DUPIN

1ère THESE

Etude des Propriétés Optiques
d'un Spectromètre Magnétique à Triple Focalisation

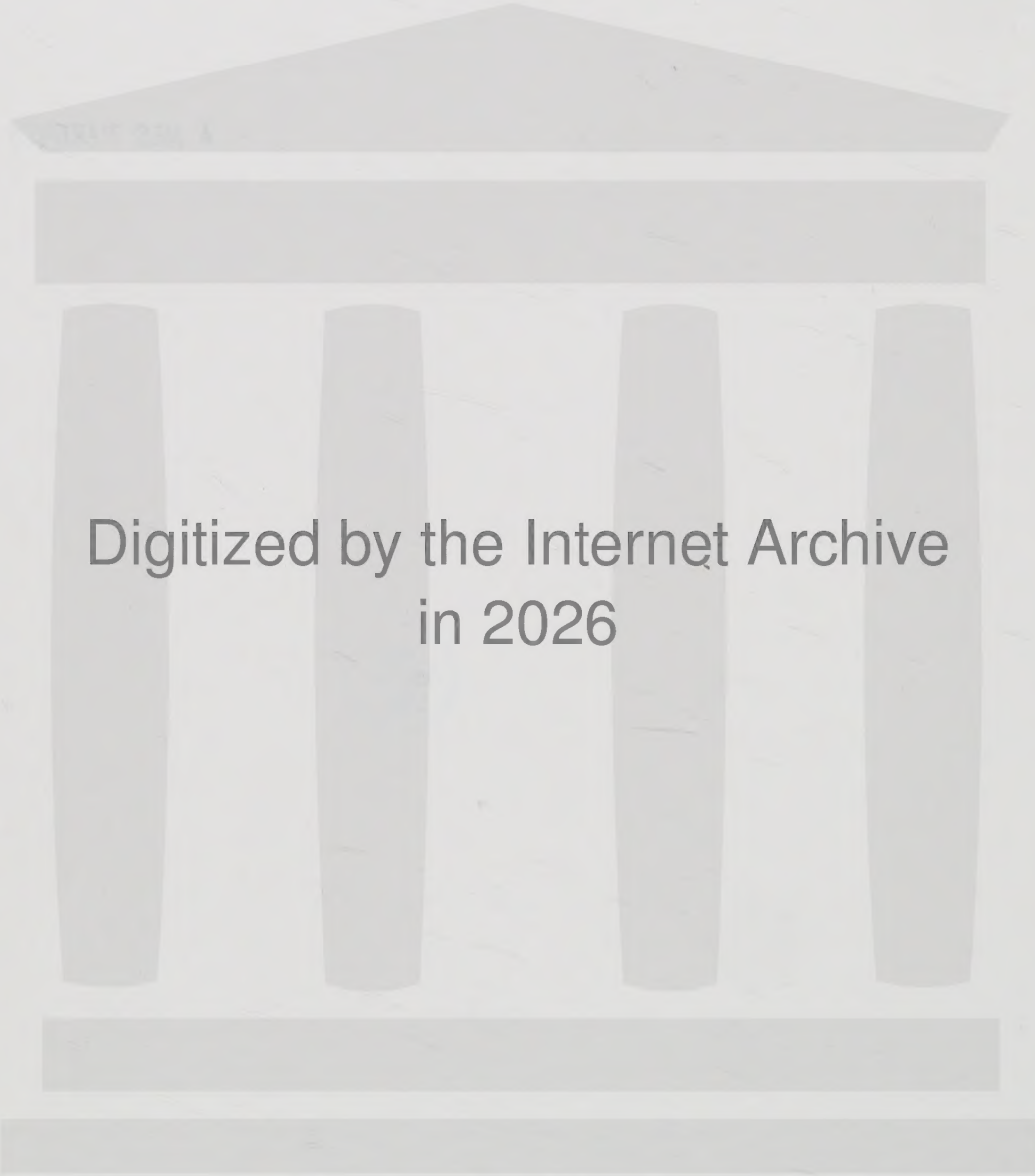
2ème THESE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 10 Janvier 1967 devant la Commission d'Examen

MM. A. BLANC-LAPIERRE	Président
R. LUCAS	Invité
A. SEPTIER	Examineurs
P. BOUNIN	

A MES PARENTS

1 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	1
1-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	1
1-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	2
1-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	3
1-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	4
1-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	5
2 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	6
2-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	6
2-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	7
2-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	8
2-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	9
2-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	10
3 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	11
3-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	11
3-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	12
3-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	13
3-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	14
3-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	15
4 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	16
4-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	16
4-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	17
4-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	18
4-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	19
4-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	20
5 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	21
5-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	21
5-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	22
5-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	23
5-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	24
5-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	25
6 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	26
6-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	26
6-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	27
6-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	28
6-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	29
6-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	30
7 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	31
7-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	31
7-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	32
7-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	33
7-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	34
7-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	35
8 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	36
8-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	36
8-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	37
8-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	38
8-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	39
8-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	40
9 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	41
9-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	41
9-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	42
9-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	43
9-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	44
9-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	45
10 - <u>Le mariage de mon frère et de ma sœur</u>	46
10-1. Mariage de mon frère et de ma sœur	46
10-2. Mariage de mon frère et de ma sœur	47
10-3. Mariage de mon frère et de ma sœur	48
10-4. Mariage de mon frère et de ma sœur	49
10-5. Mariage de mon frère et de ma sœur	50



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544305_0014

	pages
REMERCIEMENTS	
INTRODUCTION	1
I - METHODES D'ETUDE DES PROPRIETES OPTIQUES D'UN ELECTRO-AIMANT	12
I-1. Relevé de cartes de champ	12
I-1.1 Mesures de champ de bord, faces magnétiques équivalentes	12
I-1.2 Mesures radiales, indice et coefficient du 2ème ordre	15
I-2. Méthode du fil flottant ou hodoscope	16
I-3. Méthode du pinceau d'électrons (aimant balai)	17
II - ETUDE DES DEUX SPECTROMETRES 108°/600 MEV/C.	19
II-1. Etude du secteur magnétique avant corrections	19
II-1.1 Champs de bord	19
II-1.2 Courbes radiales	20
II-1.3 Méthode du fil flottant	24
II-1.4 Méthode du pinceau d'électrons (aimant balai).	26
II-2. Etude du secteur magnétique après corrections	28
II-2.1 Champs de bord	28
II-2.2 Courbes radiales	29
II-2.3 Influence des blindages	30
II-2.4 Fil flottant	30
II-2.5 Conclusions	33
III - ETUDE DE L'ELECTRO-AIMANT DE 36°	36
III-1. Etude de la face magnétique équivalente et de l'induction en fonction du courant magnétisant	38
III-2. Fil flottant	40

IV - <u>ETUDE DU SPECTROMETRE A TRIPLE FOCALISATION</u>	42
IV-1. Etude théorique	42
IV-1.1 Matrice au 2ème ordre (un secteur)	42
IV-1.2 Focalisation au 1er ordre	44
IV-1.3 Surface image intermédiaire, aberrations au niveau de la fente d'analyse	47
IV-1.4 Matrice du spectromètre à 3 aimants	51
IV-2. Résultats expérimentaux	53
IV-2.1 Méthode du fil flottant jusqu'au plan de la fente d'analyse	53
IV-2.2 Méthode du fil flottant pour les 2 premiers aimants; étalonnage des bobines auxiliaires du secteur de 36°; discussions.	57
IV-2.3 Méthode du fil flottant sur les 3 aimants	59
IV-2.4 Méthode du pinceau d'électrons (aimant balai)	64
IV-2.5 Mesure de l'angle solide et de la dispersion par l'étude de quelques spectres d'électrons diffusés	71
IV-2.6 Dispersion mesurée par une méthode du plateau sur le faisceau de l'accélérateur lui-même	74
IV-2.7 Variation de l'angle solide en fonction de la largeur de l'objet	76
IV-2.8 Evaluation de la résolution du spectromètre	76
V - <u>CONCLUSION</u>	78
ANNEXE I. Défauts au 1er ordre pour des aimants imparfaits	82
ANNEXE II. Calcul de l'erreur due au poids du fil dans l'étalonnage par la méthode de l'hodoscope	85
ANNEXE III. Calcul des coefficients des matrices du spectromètre	96
NOTATIONS	103
BIBLIOGRAPHIE	106
TABLE DES FIGURES	109

REMERCIEMENTS

Cette longue étude systématique des propriétés optiques des trois secteurs magnétiques séparés et assemblés n'a pu être menée à bien que grâce à la collaboration de tous les services du laboratoire; je leur en suis infiniment reconnaissant.

Je tiens à remercier plus particulièrement Monsieur le Professeur A. BLANC-LAPIERRE, directeur du Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire : le matériel du laboratoire a toujours été mis à ma disposition au bon moment; une dizaine de nuits d'accélérateur nous ont permis d'essayer l'appareil avec le faisceau d'électrons direct ou diffusé.

Je tiens aussi à remercier MM. P. Bounin, B. Boutouyrie et B. Milman, qui ont dirigé ce travail et ont fait le projet de ce spectromètre, M. K.L. Brown qui en a suggéré la construction, ainsi que M. A. Septier qui a accepté de critiquer cette étude et m'a permis d'y apporter des retouches importantes.

Je tiens à exprimer ma gratitude à l'ensemble des personnes qui ont contribué à rendre possible cette étude théorique et expérimentale par leurs conseils et leur aide indispensable, et plus particulièrement, Madame P. Fardeau, MM. C. Bazin, N.K. Loï du Service Aimants, et M. C. Bétourné pour les expériences de jour, MM. C. Bétourné, P. Lehmann, J. Lefrançois, J.P. Perez-Y-Jorba et D. Treille, physiciens, pour les expériences de nuit avec faisceau.

Je remercie également les personnes du Service Electronique de M. G. Alon (magnétomètre à effet Hall, régulation des électro-aimants), du groupe électrique de M. J. Dermouchère (alimentation des électro-aimants), du Service de Technologie de M. V. Round (translateur à 3 directions, équerre optique, fente d'analyse étudiés par M. G. Garnier, poulie-balance et

fentes d'entrée, étudiées par M. R. Nissen), du Service de Conduite de l'Accélérateur de M. L. Burnod, du Service d'Entretien de M. Briquin et du Service de Sécurité de M. Dardenne.

Je tiens à remercier spécialement la Société des Forges et Ateliers du Creusot qui a été chargée de la construction et de l'installation des électro-aimants : en particulier M. Le Bihan, pour sa collaboration à l'étude et la réalisation de l'ensemble, en liaison avec M. B. Boutouyrie; M. Morel et son équipe de la SFAC, chargés de l'installation des spectromètres $108^\circ/500$ MeV/c et du spectromètre à triple focalisation dans la fosse 1 GeV, et qui ont toujours fait de leur mieux pour que nous puissions disposer du matériel nécessaire à la date prévue.

L'aide apportée par MM. J. Verlon, J. Briquin et le Service d'Entretien a été inestimable pour l'installation des aimants et les aménagements des salles 500 MeV et 1 GeV.

Mme F. Parisot a effectué avec beaucoup de soin la dactylographie définitive de ce travail, M. G. Bagady a dessiné une grande partie des figures; qu'ils soient ici sincèrement remerciés.

INTRODUCTION

L'Accélérateur Linéaire d'Orsay envoie des paquets d'électrons de plusieurs centaines de MeV sur des cibles solides ou liquides; les quantités de mouvement des électrons qui interagissent avec les noyaux-cibles ou celles des particules résultant de cette interaction (proton de recul par exemple) sont mesurées à l'aide d'un spectromètre du type secteur magnétique à gradient de champ.

Un tel spectromètre peut pivoter de 360° autour d'un axe vertical passant par la cible, ce qui permet l'analyse spectrale dans tout un domaine de valeurs du transfert de quantité de mouvement; le spectromètre se comporte du point de vue de l'optique comme une lentille épaisse pour laquelle la cible constitue l'objet; un compteur Cerenkov (pour les électrons) est placé à la distance conjuguée de la cible; il permet de compter les particules dont la quantité de mouvement, déterminée par un étalonnage préalable, est fonction de l'induction magnétique dans le secteur, c'est-à-dire du courant d'excitation de l'électro-aimant.

Les trois spectromètres utilisés dans les salles de cibles 250 MeV et 500 MeV sont du type à double focalisation par indice de champ $n = 0,5$: il y a focalisation à la fois dans le plan médian ou plan radial (plan de symétrie vertical contenant la trajectoire moyenne théorique^x) et dans

x Nous appelons trajectoire moyenne théorique la trajectoire idéale pénétrant perpendiculairement à l'aimant réel (compte-tenu des faces magnétiques équivalentes qui seront définies paragraphe I-1.1) et suivant, sans transition dans le secteur magnétique, une trajectoire circulaire de rayon r_0 centrée au centre théorique; cette trajectoire, que nous noterons T.M.T. dans la suite de ce travail, est repérée par 1 sur la figure 14.

le "plan transverse", développement de la surface perpendiculaire au plan radial et dont la trace sur ce plan est la trajectoire moyenne théorique; pour un point objet fixe, le lieu des points images lorsque la quantité de mouvement varie dans les limites de l'acceptance du spectromètre est la courbe image ou "focale".

L'avantage sur un spectromètre à simple focalisation est que l'image a des dimensions transverses qui permettent l'utilisation de petits compteurs, d'où une diminution très importante du bruit de fond grâce à la possibilité d'un meilleur blindage; de plus, la dispersion est nettement plus grande.

En revanche, si l'on désire changer la largeur de bande $\Delta p/p_0$ de quantité de mouvement analysée, il faut changer de fente et de compteur, et modifier le blindage; en particulier, pour utiliser la méthode du plateau introduite à l'Accélérateur Linéaire d'Orsay par F. Lacoste⁽¹⁾, qui consiste à intégrer les nombres de coups sur une grande largeur $\Delta p/p_0$, on est conduit à utiliser des compteurs de grande dimension et des blindages qui ne sont pas toujours suffisants.

Deux autres inconvénients importants sont visibles sur la figure 1 :

1) - Des particules diffusées ou freinées par les bords de la fente (trajectoires A et B) sont susceptibles d'être détectées.

2) - Avec une fente large, les électrons diffusés latéralement ne sont pas tous comptés avec la même efficacité, puisque cette efficacité est proportionnelle à la longueur du trajet de l'électron dans le plexiglas.

Pour pallier ces inconvénients, on est amené à introduire une troisième focalisation, en énergie, qui permet de rassembler en un seul

point image tous les électrons ayant traversé la fente d'analyse; ceci exige l'emploi d'au moins un aimant de plus.

En effet, plusieurs auteurs, dont H. Brück⁽²⁾, J.F. Streib⁽³⁾ ont montré que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système d'aimants soit non dispersif découle du théorème suivant :

Si on appelle Σ la surface plane à l'intérieur d'un secteur magnétique, comprise entre deux trajectoires du plan radial et quittant le point objet sous les angles α_0 et $-\alpha_0$, on montre que :

$$\frac{D}{|M|} = \frac{\Sigma}{4 \alpha_0 r_0}$$

D, dispersion dans le plan image

M, grandissement linéaire

r_0 , rayon de la trajectoire moyenne théorique.

Donc pour qu'un système soit non dispersif, il faut et il suffit que la somme algébrique de ces quantités $\frac{\Sigma}{\alpha_0 r_0}$ concernant plusieurs aimants soit nulle; le système optique doit donc comporter une image intermédiaire.

Dans la notation de Streib⁽³⁾, cette condition s'écrit $\int_{\text{objet}}^{\text{image}} S_r(t) h(t) dt = 0$, et se ramène à l'une des conditions physiques suivantes : si les longueurs de deux trajectoires voisines entre l'objet et l'image sont égales, le système a une dispersion nulle, ou encore : si le flux magnétique coupé entre deux trajectoires voisines de même quantité de mouvement est algébriquement nul, la dispersion est nulle au point image; ce sont ces considérations qui ont conduit à la conception d'un

spectromètre à triple focalisation pour l'accélérateur MARK III de l'Université Stanford en Californie. (R.A. Alvarez, K.L. Brown, W.K.H. Panofsky et C.T. Rockhold⁽⁴⁾).

Un grand nombre de solutions sont possibles. Cependant, si l'on considère un système à deux secteurs magnétiques, ils doivent être disposés de façon à ce que les déflexions se fassent dans le même sens; il est possible d'envisager un système avec deux quadrupôles et un seul secteur, l'image intermédiaire se formant dans le plan bissecteur du secteur.

La solution la plus simple, adoptée à Stanford⁽⁴⁾ est représentée figure 2. La solution adoptée à l'Accélérateur Linéaire d'Orsay est représentée figure 3. L'aimant intermédiaire a un double rôle :

a) Il redresse la trajectoire moyenne pour que l'axe final de sortie soit horizontal.

b) Il rend symétrique l'optique également au point de vue énergétique.

Ainsi on évite les inconvénients dus à la disposition de Stanford : axes d'entrée et de sortie trop voisins, d'où blindage insuffisant; axe de sortie incliné, peu commode pour l'installation des compteurs. De plus, le défaut qui consiste en un trop fort angle d'incidence de certains rayons d'énergie latérale (défaut envisagé plus haut en 2°/) n'y est pas complètement éliminé, car le système n'est symétrique par rapport au plan image intermédiaire que pour $\Delta p/p_0 = 0$: les trajectoires d'incidence nulle à l'entrée, correspondant à des électrons d'énergie non centrale, ont un angle d'émergence différent de zéro.

Les critères qui ont déterminé la géométrie du système d'aimants à triple focalisation d'Orsay ont été énoncés et discutés par

P. Bounin⁽⁵⁾, K.L. Brown de S.L.A.C. et B. Milman⁽⁶⁾.

Les conditions imposées étaient, dans l'approximation de Gauss (ou du premier ordre) :

1) - Symétrie complète, quel que soit l'écart énergétique $\Delta p/p_0$; le système comportera trois aimants d'angles θ , 2α , et θ , c'est-à-dire deux aimants identiques, également distants de l'aimant intermédiaire.

2) - Dans le plan radial, il devra y avoir une image réelle intermédiaire au milieu du deuxième aimant; d'après le théorème énoncé, il en résulte une double focalisation, radiale et en énergie, au point symétrique du point objet par rapport au système des trois aimants.

3) - Dans le plan transverse, il y aura focalisation au deuxième point image radial qui vient d'être défini (autrement dit, triple focalisation); dans ce plan, les trajectoires auront leur maximum d'extension dans l'aimant intermédiaire, au niveau du plan de symétrie.

4) - L'axe d'entrée et l'axe de sortie seront horizontaux; entre les angles des aimants existera donc la relation : $\theta - \alpha = \frac{\pi}{2}$.

5) - L'aimant intermédiaire sera à champ homogène.

Il y a cependant 6 inconnues à déterminer :

n , indice des deux aimants à gradient de champ.

θ , angle de ces deux secteurs.

2α , angle du secteur homogène intermédiaire.

d , distance objet (égale à la distance image du système).

L , distance entre aimants.

r_0 , rayon moyen des trajectoires dans les spectromètres.

Or les paragraphes 1) à 4) fournissent 4 équations. Il y aura donc deux inconnues arbitraires.

La méthode matricielle⁽⁷⁾ permet d'écrire ces équations;
les matrices au 1er ordre permettant de calculer les trajectoires dans
une moitié du spectromètre envisagé s'écrivent :

Premier espace de glissement de longueur d_1

$$M_{d_1} = \begin{vmatrix} 1 & d_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{dans le plan radial et le plan transverse}$$

secteur à gradient d'angle θ

$$\text{plan radial } M_S^R = \begin{vmatrix} \cos \theta \sqrt{1-n} & \frac{r_o}{\sqrt{1-n}} \sin \theta \sqrt{1-n} & r_o \frac{1 - \cos \theta \sqrt{1-n}}{1-n} \\ -\frac{\sqrt{1-n}}{r_o} \sin \theta \sqrt{1-n} & \cos \theta \sqrt{1-n} & \frac{\sin \theta \sqrt{1-n}}{\sqrt{1-n}} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{plan transverse } M_S^T = \begin{vmatrix} \cos \theta \sqrt{n} & \frac{r_o}{\sqrt{n}} \sin \theta \sqrt{n} & 0 \\ -\frac{\sqrt{n}}{r_o} \sin \theta \sqrt{n} & \cos \theta \sqrt{n} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

2ème espace de glissement de longueur L

$$M_L = \begin{vmatrix} 1 & L & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{dans le plan radial et le plan transverse}$$

Demi secteur central à champ homogène (condition 5)

		$\cos \alpha$	$r_o \sin \alpha$	$- r_o (1 - \cos \alpha)$
plan radial	$M_S^R =$	$-\frac{\sin \alpha}{r_o}$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
		0	0	1
		1	$r_o \alpha$	0
plan transverse	$M_S^T =$	0	1	0
		0	0	1

La matrice produit que nous appellerons $M_{1/2}$ permet de calculer dans le plan de symétrie du spectromètre les coordonnées des trajectoires issues d'un point objet 0 situé à la distance d_1 du premier secteur.

Nous aurons, en posant $\theta' = \theta\sqrt{1-n}$ et $\theta'' = \theta\sqrt{n}$, $r'_o = r_o(1-n)^{-1/2}$ et $r''_o = r_o n^{-1/2}$

		M_1^R	M_2^R	M_3^R
<u>dans le plan radial</u>	$M_{1/2}^R =$	N_1^R	N_2^R	N_3^R
		0	0	1

avec

$$M_1^R = \cos \alpha \cos \theta' - \frac{L}{r'_o} \cos \alpha \sin \theta' - \sqrt{1-n} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta'$$

$$M_2^R = r_0 \sin \alpha \cos \theta' + r_0' \cos \alpha \sin \theta' + d_1 (\cos \alpha \cos \theta' - \sqrt{1-n} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta') \\ + L \cos \alpha (\cos \theta' - \frac{d_1}{r_0'} \sin \theta')$$

$$M_3^R = r_0' \cos \alpha \left[(1-n)^{-1/2} (1 - \cos \theta') + \frac{L}{r_0} \sin \theta' + \operatorname{tg} \alpha \sin \theta' \right] - r_0 (1 - \cos \alpha)$$

$$N_1^R = - \frac{1}{r_0} \left[\sin \alpha \cos \theta' + \sqrt{1-n} \cdot \cos \alpha \sin \theta' - \frac{L}{r_0'} \sin \alpha \cdot \sin \theta' \right]$$

$$N_2^R = \cos \alpha \cos \theta' - \frac{\sin \alpha \sin \theta'}{\sqrt{1-n}} - \frac{d_1}{r_0} (\sin \alpha \cos \theta' - \sqrt{1-n} \cos \alpha \sin \theta') \\ - \frac{L}{r_0} \sin \alpha (\cos \theta' - \frac{d_1}{r_0'} \sin \theta')$$

$$N_3^R = - (1-n)^{-1/2} \cdot \sin \alpha \left[(1-n)^{-1/2} (1 - \cos \theta') + \frac{L}{r_0} \sin \theta' - \cotg \alpha \sin \theta' + (1-n)^{1/2} \right]$$

dans le plan transverse

$$M_{1/2}^T = \begin{vmatrix} M_1^T & M_2^T & 0 \\ N_1^T & N_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

avec

$$M_1^T = \cos \theta'' - \frac{\sin \theta''}{r_0''} (L + r_0 \alpha)$$

$$M_2^T = d_1 \cos \theta'' + r_0'' \sin \theta'' + (L + r_0 \alpha) (\cos \theta'' - \frac{d_1}{r_0''} \sin \theta'')$$

$$N_1^T = - \frac{\sin \theta''}{r_0''}$$

$$N_2^T = - \frac{d_1}{r_0''} \sin \theta'' + \cos \theta'' .$$

La condition 1 de symétrie quel que soit $\Delta p/p_0$ se traduit par $N_3^R = 0$, soit

$$\frac{L}{r_0} + \frac{2 - n - \cos \theta'}{\sqrt{1-n} \cdot \sin \theta'} = \cotg \alpha$$

La condition 2 de focalisation intermédiaire radiale se traduit par $M_2^R = 0$, soit

$$r_0 \tg \alpha + r'_0 \tg \theta' + d_1(1 - \sqrt{1-n} \tg \alpha \tg \theta') + L(1 - \frac{d_1}{r'_0} \tg \theta') = 0$$

La condition 3 qui impose que d_1 soit égale à la distance focale transverse du 1er aimant se traduit par $N_2^T = 0$, soit

$$d_1 = r''_0 \cotg \theta''$$

Pour simplifier les calculs, tout en restant dans les ordres de grandeur envisagés dans un réseau de courbes⁽⁵⁾⁽⁶⁾, l'angle des secteurs à gradient a été pris égal à $\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{1-n}$.

θ et α sont liés par $\theta - \alpha = \frac{\pi}{2}$. Nous pouvons donc éliminer $\frac{d_1}{r_0}$, $\frac{L}{r_0}$, α et n , et nous obtenons une équation en θ

$$2(1 - \pi^2/4 \theta^2)^{1/2} \tg \left[\theta(1 - \pi^2/4 \theta^2)^{1/2} \right] + \pi(1 + \pi^2/4 \theta^2) / \theta + \frac{\pi^2 \sin 2\theta}{\theta^2} = 0$$

Pour ce spectromètre, le rayon moyen r_0 a été pris égal à

111 cm dans les trois aimants, de façon à ce que l'induction pour 600 MeV/c ne dépasse pas 18.000 gauss (à Stanford, $r_0 = 76$ cm). On trouve alors, en résolvant cette équation en θ par une méthode d'itération :

$$\theta = 1,88535 \text{ radian} = 108^{\circ}02'$$

d'où

$$n = 0,30585$$

$$d_1 = d_2 = 116,5 \text{ cm}$$

$$L = 116,5 \text{ cm}$$

(Le calcul effectué au départ avec moins de précision donnait $n = 0,3056$).

Ces conditions ont été étudiées dans le cas simple de l'approximation de Gauss, c'est-à-dire en se bornant uniquement aux termes du premier ordre. Malheureusement, si l'on ne corrige pas l'influence des termes du deuxième ordre, on obtient une surface image intermédiaire très inclinée (environ 45 degrés) par rapport au plan de la fente d'analyse et, lorsque le $\Delta p/p$ est grand, les images obtenues à la sortie sont très éloignées de part et d'autre de l'image théorique. Nous étudierons plus loin théoriquement et expérimentalement les conséquences entraînées par l'influence des termes du deuxième ordre, et en conclusion, nous proposerons des remèdes.

Pour réussir à construire un spectromètre à triple focalisation au premier ordre, en négligeant les aberrations, il était indispensable d'étudier séparément les 3 électro-aimants avant leur assemblage. Nous avons évalué en Annexe I les défauts entraînés au premier ordre pour des aimants imparfaits : $\theta \neq 108^{\circ}$, $\alpha \neq 36^{\circ}$, $n \neq 0,306$.

Les deux électro-aimants de 108° ont d'abord été étudiés et utilisés comme spectromètres à simple focalisation (de juin 1962 à juin 1963)

dans la salle de cible 500 MeV. Ils ont été corrigés jusqu'à ce que les angles des 2 secteurs magnétiques équivalents fassent $108^\circ \pm 30'$ près.

Nous avons ensuite étudié sur un emplacement libre du grand hall de l'accélérateur l'électro-aimant de 36° . Il a d'abord été ajusté pour faire lui aussi $36^\circ \pm 30'$. Un ajustement de l'entrefer a en outre été nécessaire pour rendre le plus possible identiques les courbes d'induction en fonction du courant : en effet, les 3 électro-aimants sont alimentés en série (dans leur application principale), et il est indispensable que l'induction moyenne B_0 soit à tout instant la même dans les 3 électro-aimants.

Ce rapport se décomposera donc de la façon suivante :

I - Méthodes d'études des propriétés optiques d'un électro-aimant.

II - Etude des spectromètres de 108° .

III - Etude de l'électro-aimant de 36° .

IV - Etude des trois électro-aimants assemblés :

a) jusqu'à la surface image intermédiaire.

b) jusqu'à l'espace image des compteurs.

- Etude des termes du 2ème ordre : ils seront étudiés pour la première moitié du spectromètre et pour le spectromètre complet.

V - Conclusion.

Nous donnerons les résultats et montrerons à quel usage peut être employé ce système d'électro-aimants.

I - METHODES D'ETUDE DES PROPRIETES OPTIQUES D'UN ELECTRO-AIMANT.

Les propriétés optiques d'un électro-aimant ou d'un système d'électro-aimants peuvent être analysées à l'aide des trois méthodes suivantes :

1. Relevé des cartes de champ.
2. Méthode du fil flottant.
3. Méthode du pinceau d'électrons.

I-1. Relevé des cartes de champ.

Nous nous bornerons pour ce spectromètre, sauf quelques études qualitatives, aux relevés de cartes de champ dans le plan radial : une série de mesures des champs de bord aux deux extrémités et une série de mesures suivant un rayon loin des extrémités (mesures radiales) permettent de déterminer la carte de champ complète, ce qui permet soit d'écrire la matrice de l'électro-aimant, soit de calculer les trajectoires point par point à l'aide d'un programme pour calculatrice électronique^{*}. Nous n'envisagerons ici que la première possibilité.

I-1.1 Mesures des champs de bord, faces magnétiques équivalentes

La carte de champ de bord s'obtient en traçant point par point des courbes de champ de bord le long de la T.M.T. présumée (La Trajectoire Moyenne Théorique a été définie page 1) ou d'une trajectoire parallèle relevée à l'aide d'un magnétomètre à effet Hall compensé en température et étalonné dans un électro-aimant de référence par rapport à la résonance magnétique nucléaire (fabriqué au Service Electronique de

* Programme en langage Fortran de MM. Fer et Martin.

l'Accélérateur Linéaire, G.I. Alon⁽⁸⁾), puis en mesurant la surface de ces courbes : la face magnétique équivalente est telle que dans le plan (B, x) où x est l'abscisse curviligne à partir d'un point intérieur $x = 0$ de l'aimant, elle détermine un rectangle (B_0, x_0) dont la surface est égale à $\int_0^{x_0} B(x)dx$.

Cette méthode est très couramment décrite, P. Bounin⁽⁹⁾, A. Septier⁽¹⁰⁾, R. Belbéoch, P. Bounin, G. Proca⁽¹¹⁾. Des études plus précises de l'influence du champ de bord ont été entreprises, qui doivent permettre de faire apparaître des termes du 2ème ordre, H. Wollnik et H. Ewald⁽²³⁾.

On obtient les mêmes résultats en traçant les courbes intégrales $f = \int_0^x B(x)dx$ et en prolongeant la tangente à cette courbe (devenue droite au niveau du plateau) jusqu'à couper l'axe des x : cette abscisse correspond à la position de la face magnétique équivalente.

La courbe $f^2 = \left[\int_0^x B(x)dx \right]^2$ planimétrée permet d'évaluer la matrice champ de bord. En outre, la courbe f planimétrée permet d'évaluer le terme de translation τ que subit à la sortie un électron se déplaçant dans le secteur sur la T.M.T. présumée. Ceci nous conduit à définir l'axe optique de ce spectromètre qui, avant que les aimants ne soient ajustés, était très différent de la T.M.T.

Nous appellerons axe optique la trajectoire réellement suivie par une particule arrivant perpendiculairement à la face mécanique de l'aimant et dont l'énergie est telle qu'elle se rapproche le plus possible du cercle moyen de l'aimant (trajectoire 2 de la figure 14). Cet axe ne pourra être un cercle dans le secteur que dans le cas où la face mécanique est confondue avec la face magnétique équivalente définie ci-dessus. Dans ce cas, l'axe optique ne différera plus de la T.M.T. que par le segment de trajectoire dans la zone de transition entre champ nul et champ conforme (c'est-à-dire B_0 sur r_0). C'est dans cette

zone que s'intègre le terme de translation τ .

Il est important pour ce spectromètre que l'on puisse se placer dans ce cas particulier afin d'aligner correctement les axes optiques des 3 aimants.

La justification de ces mesures de l'aimant équivalent au premier ordre a été faite par R. Belbéoch et P. Bounin⁽¹²⁾. Sur ces aimants, les termes τ de translation sont assez élevés, ce qui est gênant. Ceci est dû au fait que les bobines se trouvent, aux extrémités, loin des pôles. Sur des aimants où les bobines sont plus "noyées", les termes τ sont plus faibles. Les courbes de la figure 2 a du rapport LAL-1118⁽¹³⁾ le montrent très clairement.

Courbure de la face magnétique équivalente.

En général, nous effectuons plusieurs séries de mesures de champs de bords en nous basant sur des rayons d'entrée correspondant à $r_0, r_0 \pm \Delta r_1, r_0 \pm \Delta r_2, \dots$

Chaque surface $\int_{+\infty}^{-x_0} B \cdot dx$ est divisée par l'induction

conforme $B(\Delta r_1)$, c'est-à-dire par la hauteur du plateau que l'on trouve lorsque l'on pénètre suffisamment à l'intérieur du secteur suivant une trajectoire circulaire. Pour $\Delta r_1 = 0$, nous retrouvons B_0 . Pour $\Delta r_1 \neq 0$, nous retrouvons $B(\Delta r_1) = B_0 (1 - n \frac{\Delta r_1}{r_0})$ au 1er ordre. Le point de départ du plateau est à la cote $-x_0$. La longueur équivalente trouvée ainsi correspond à une trajectoire déterminée, choisie arbitrairement par nous : rayon perpendiculaire à la face de la culasse à l'extérieur, et à l'intérieur le cercle de rayon $r_0 \pm \Delta r_1$ qui lui fait suite.

Si l'on choisissait une autre trajectoire arbitraire, ou si l'on pouvait considérer une trajectoire réelle, une autre longueur équivalente cependant peu différente de la première, serait trouvée.

Nous pouvons néanmoins considérer que ces petites variations correspondent à des termes du 2ème ordre⁽²³⁾.

Si maintenant nous représentons la fonction longueur équivalente = $f(\Delta r)$, nous trouvons une courbe tournant sa concavité vers le secteur. Le rayon du cercle le plus voisin de cette courbe permet d'évaluer en première approximation le rayon de courbure de la face magnétique équivalente telle que nous l'avons définie. La tangente au sommet de cette courbe détermine l'angle θ^x de cette face magnétique équivalente par rapport à la face de la culasse.

I-1.2 Mesures radiales, indice et coefficient du 2ème ordre.

La distribution de l'induction dans le plan radial d'un secteur, suivant un rayon loin des extrémités du secteur est donnée par l'expression limitée au 2ème ordre

$$B(r) = B_o \left[1 - n \frac{r - r_o}{r_o} + \beta \frac{(r - r_o)^2}{r_o^2} \right]$$

où r_o est le rayon théorique moyen,

n est l'indice de l'aimant proportionnel à la pente des faces polaires.

$$n = - \frac{r_o}{B_o} \cdot \left(\frac{dB}{dr} \right)_{r=r_o}$$

β est le coefficient du 2ème ordre

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{r_o^2}{B_o} \left(\frac{d^2B}{dr^2} \right)_{r=r_o}$$

Ces courbes d'induction (à différentes valeurs de l'induction moyenne) sont relevées à l'aide du même magnétomètre à effet Hall⁽⁸⁾. Les

courbes dérivées permettent d'évaluer plus facilement n et β : r est proportionnel à l'ordonnée de cette courbe dérivée où $r = r_0$ et β est proportionnel à la pente au même point.

Les cartes de champ permettent de définir la géométrie exacte de l'aimant et fournissent les bases d'un calcul approché des trajectoires. La position des faces magnétiques équivalentes permet d'aborder plus facilement l'étude des trajectoires par la méthode du fil flottant.

I-2. Méthode du fil flottant ou hodoscope.

La méthode du fil flottant (14, 24 à 28, 30) consiste à matérialiser une trajectoire de particule chargée dans un champ magnétique à l'aide d'un fil le plus léger et le plus souple possible. Ce fil est parcouru par un courant qui doit pouvoir être ajusté et stabilisé avec une grande précision. Chaque élément de fil est soumis à une force électrodynamique $\vec{B}_A \vec{I}.ds$ compensée par la tension du fil en ce point. La tension du fil à une extrémité est mesurée à l'aide d'une poulie à très faible frottement et d'un contrepoids de masse connue. La quantité de mouvement simulée est donnée par la relation

$$P_{\text{MeV}/c} = 2,9409 \cdot \frac{T_{\text{grammes}}}{i_{\text{ampères}}} \quad (\text{pour } g = 9,810 \text{ ms}^{-2})$$

La théorie de la méthode est exposée en annexe II. La méthode générale consiste alors à repérer les coordonnées d'une trajectoire de sortie pour une trajectoire d'entrée de coordonnées imposées. Le repérage se fait à l'aide de réglés les plus éloignés possibles l'un de l'autre. Les cotes relevées sont reportées sur un papier millimétré de grand format. Des échelles convenables sont choisies sur chacun des deux axes, ce qui permet une étude plus précise des distances conjuguées, de la surface

image, de la dispersion, des aberrations, ou de la trajectoire moyenne exacte (avec translation et angle correct du secteur équivalent).

Nous utilisons une alimentation de courant stabilisé à 10^{-4} ($I_{\max} = 10$ ampères) et le magnétomètre à effet Hall déjà cité pour contrôler le champ en cours de mesure, une poulie de 25 cm de diamètre (couple de frottement statique 0,8 g/cm) fabriquées par le Service de Technologie (figure 62) et des boîtes de poids Prolabo. La lecture du courant dans le fil se faisait à l'aide d'un shunt et d'un pont AOIP; le fil utilisé était constitué de 14 brins de 5/100 mm de cuivre non émaillé, ses caractéristiques de rupture en fonction de l'intensité sont données figure 12); la lecture du courant magnétisant se faisait à l'aide d'un des shunts (fabrication Service Aimants, refroidi par eau déminéralisée) dont les courbes de dérive (10^{-3} par mois environ) sont données figure 43, et du pont AOIP. Le point d'accrochage du fil doit pouvoir se déplacer suivant les trois dimensions de l'espace : nous utilisons pour cela un translateur à trois directions équipé de 3 moteurs et d'un potentiomètre (suivant l'axe X, très utile pour l'expérience du pinceau d'électrons) fabriqué à cet effet par le Service de Technologie (représenté fig. 15 et visible sur la fig. 61).

Le fil utilisé pesait environ 0,25 g par mètre; il est donc important d'évaluer le terme d'erreur dû au poids du fil, puisque nous avons travaillé dans un plan vertical; la théorie du fil flottant, compte-tenu de cette troisième force, est traitée en annexe II, d'abord pour un aimant, puis pour le système d'aimants constituant le spectromètre à triple focalisation.

I-3. Méthode du pinceau d'électrons (aimant balai).

Cette méthode consiste à faire passer le pinceau d'électrons fourni par l'Accélérateur Linéaire dans un petit électro-aimant dont le centre constitue le point objet choisi pour le spectromètre; si le plan

médian de ce petit aimant-balai peut tourner autour de l'axe d'entrée du faisceau, nous aurons ainsi la possibilité, en excitant plus ou moins ses bobines de faire entrer le faisceau dans le spectromètre suivant n'importe quel couple d'angles médian et transverse (α_i et α_j).

Ceci permet deux sortes d'expériences (fig. 15) :

1) - Mesures uniquement dans le plan médian (ou éventuellement dans le plan transverse) avec une plaque quadrillée d'aluminium recouverte de sulfure de zinc; le mouvement de cette plaque est télécommandé à l'aide du translateur à 3 directions déjà utilisé pour l'hodoscope; le potentiomètre X fournit le téléaffichage de la position; une caméra de télévision permet l'observation de la tache lumineuse sur cette plaque dans l'espace image; il est alors facile de tracer un diagramme des rayons à la sortie et d'en déduire les positions des images pour différentes distances objet et différentes valeurs de $\Delta p/p$.

2) - En travaillant à différents angles du plan médian du petit aimant par rapport au plan médian du spectromètre, on peut déterminer la forme et la grandeur de l'angle solide accepté par le spectromètre (en utilisant toujours l'écran de sulfure de zinc placé dans le plan image, par exemple, ce qui permet simultanément d'évaluer les aberrations d'ouverture).

II - ETUDE DES DEUX SPECTROMETRES $108^\circ/600$ MeV/c.

Les électro-aimants sont arrivés à l'Accélérateur Linéaire en novembre 1961. Ils étaient installés et alimentés en salle de cibles 500 MeV en janvier 1962. Nous avons travaillé avec une régulation de courant provisoire à partir du 15 mars 1962.

Il s'agit des deux secteurs à gradient de 108° et de rayon théorique 111 cm; les cotes essentielles et la géométrie de ces aimants sont présentées sur le tableau XVI et les figures 3.

Le programme de mesures se dédoublait du fait que ces aimants devaient d'abord être utilisés comme spectromètres (à simple focalisation d'indice théorique $n = 0,3056$) puis comme constituants du spectromètre 1 GeV. Ces spectromètres et une partie du matériel de mesures sont visibles sur les figures 61 et 62.

Il a donc fallu relever des cartes de champ de bord et de champ radial à l'aide de magnétomètres à effet Hall, et mesurer les distances conjuguées, la dispersion, la quantité de mouvement, le secteur magnétique équivalent par la méthode du fil flottant, pour une utilisation immédiate, et également pour corriger les électro-aimants jusqu'à ce que l'angle du secteur magnétique équivalent fasse effectivement 108° , sans rotation des faces d'entrée et de sortie.

II-1. Etude du secteur magnétique avant corrections.

II-1.1 Champs de bord.

Les extrémités des pôles se trouvent par construction (figures 3b et 22) à 175 mm en retrait par rapport à la face de la culasse (les deux faces planes de la culasse font un angle de 108° entre elles; ce sont elles

qui doivent définir le secteur magnétique; l'entrefer est égal à $e = 145 \text{ mm}$). Ce recul du pôle de 175 mm est le résultat d'une étude du champ électrique de bord mesuré sur une maquette à la cuve rhéographique. En fait, le recul du pôle par rapport à la culasse trouvé à la cuve pour que la face équivalente électrique coïncide avec la face de la culasse, était légèrement inférieur, mais nous l'avons augmenté, car il est plus facile d'allonger un aimant que de le raccourcir.

Nous avons trouvé, en évaluant la surface de la courbe de champ de bord suivant la méthode décrite au paragraphe I-1.1, que les faces équivalentes se trouvent en retrait par rapport à la culasse de 18 mm à l'entrée (côté adductions d'eau sur les bobines) et de 29 mm à la sortie.

Quelques courbes relevées sont portées sur les figures 4 et 5; les courbes relevées pour des valeurs de $y \neq 0$ permettent d'apprécier la courbure $1/r_1$ et l'inclinaison θ_1^x de la face équivalente par rapport à l'axe y (face de la culasse). En outre, pour la face de sortie, des familles de courbes ont été relevées automatiquement à l'aide d'une sonde Hall et d'un enregistreur XY (figures 6 et 7); elles nous permettent d'observer la forme du champ de bord dans l'espace (figure 6 plan XY, figure 7 plan XZ). En fin de compte, la face équivalente obtenue par intégration de relevés d'induction sur des lignes parallèles à la T.M.T., présente l'aspect d'un parabolôïde hyperbolique.

II-1.2 Courbes radiales.

Des exemples sont donnés où sont représentées les courbes $B = f(r)$ et $\frac{dB}{dr} = f(n)$. L'ordonnée à l'origine de cette dernière permet de calculer l'indice n , la pente donne le coefficient β du 2ème ordre.

Pour mieux apprécier l'effet de la saturation de l'électro-aimant, nous avons représenté sur la figure 9 la différence entre les courbes radiales normées B/B_0 et la courbe théorique $1 - n \frac{r-r_0}{r_0}$ où $n = 0,3058$ (valeur théorique nécessaire pour la triple focalisation), β étant supposé nul. Cet effet de la saturation se fait sentir en dessous de 8000 gauss, ce qui correspond assez bien avec la fin de la partie linéaire de la courbe $B = f(I)$ de la figure 30b. Le tracé de Lehmann obtenu par la méthode des carrés curvilignes⁽²⁹⁾ de la figure 3d donne d'autre part 14000 gauss sur les coins des pôles pour une induction centrale $B_0 = 5800$ gauss.

Les résultats sont différents de ceux que nous avons observés ultérieurement sur les spectromètres 500 MeV 180°. Les courbes restent à peu près symétriques par rapport à la trajectoire moyenne théorique, β ne devient pratiquement pas négatif. L'indice diminue avec l'induction (figure 10), sa valeur est plutôt supérieure à la valeur prévue, mais la précision de la mesure de n n'est que de l'ordre de 3 %.

Nous pouvons chercher à justifier cette variation de l'indice par la notion d'entrefer équivalent : en effet, lorsque l'induction est telle que les phénomènes de saturation ne sont plus négligeables, tout se passe comme si l'entrefer devenait plus large. Comme la force magnétomotrice $F = R\Phi$ est la même quelle que soit la ligne de circulation du champ considérée, les faces de l'entrefer équivalent que nous cherchons restent parallèles à celles des pôles réels, à condition d'exclure la zone des bords de pôles, où la perméabilité varie brutalement. L'indice ne sera donc affecté que par la variation de l'entrefer équivalent.

Pour ces secteurs 108°, nous supposons que le flux principal Φ se partage en deux flux Φ_i et Φ_e se refermant par la partie intérieure et la partie extérieure de la culasse, tels que $R_i \Phi_i = R_e \Phi_e = R\Phi$.

lère hypothèse.

Si nous supposons que l'aimant a été bien conçu et que les flux sont répartis de façon à ce que la perméabilité maximum soit la même du côté intérieur et du côté extérieur de la culasse, c'est-à-dire que les inductions dans les sections étroites, s_i vers l'intérieur, s_e vers l'extérieur, soient les mêmes des deux côtés, nous aurons

$$\frac{S_i}{s_i} = \frac{S_e}{s_e} = \frac{S}{s_i + s_e}$$

La surface S est la surface totale équivalente traversée par le flux ϕ côté pôles; elle est déterminée par un tracé de Lehmann⁽²⁹⁾ représenté figure 3d. Elle est égale, pour cet aimant, à 1,27 fois la surface polaire proprement dite. S_i et S_e en sont les fractions concernées par les flux ϕ_i et ϕ_e .

Pour calculer les réluctances, nous supposerons que les deux circuits magnétiques dans le fer peuvent se ramener chacun à un circuit de longueur L_i (ou L_e) et section S_i (ou S_e) et un circuit de longueur ℓ_i (ou ℓ_e) et section s_i (ou s_e) en série, et que les surfaces des pôles sont des surfaces équipotentiellles magnétiques. Nous aurons à vérifier que

$$B_o S_i \left[\frac{L_i}{\mu_p S_i} + \frac{\ell_i}{\mu_i s_i} \right] = B_o S_e \left[\frac{L_e}{\mu_p S_e} + \frac{\ell_e}{\mu_e s_e} \right] \quad (I)$$

μ_p est la perméabilité relative vers la base du pôle (elle est à peu près la même pour les 2 circuits envisagés).

μ_i et μ_e sont les perméabilités relatives au niveau des sections étroites de retour de culasse. Nous avons supposé $\mu_i = \mu_e$.

2ème hypothèse.

Comme S_i et s_i d'une part, S_e et s_e d'autre part, sont assez voisins, nous supposons que la perméabilité est la même partout, soit $\mu = \mu_i = \mu_e = \mu_p$.
($S_i = 0,37 \text{ m}^2$; $s_i = 0,345 \text{ m}^2$; $S_e = 1,014 \text{ m}^2$; $s_e = 0,94 \text{ m}^2$).

En divisant l'équation (I) par B_0/μ , nous trouvons 1,41 mètre pour le membre de gauche, et 1,33 mètre pour le membre de droite. L'hypothèse était donc à peu près justifiée.

Nous trouvons comme épaisseur e de la 1/2 lame d'air équivalente les chiffres suivants (pour l'acier A 11 V de la SFAC).

B_0 wb.m^{-2}	B_{max} wb.m^{-2}	μ par rapport à l'air	e mm	$\frac{\Delta n}{n}$ en %
1	1,08	1915	0,75	- 1
1,5	1,615	550	2,65	- 3,65
1,8	1,94	100	14,5	- 20

La variation rapide de l'indice en fonction de la perméabilité correspond assez bien avec les résultats trouvés sur les spectromètres de l'Accélérateur Linéaire. Pour cet aimant 108° , l'indice ainsi calculé varie de 0,315 à faible induction à 0,305 à $1,5 \text{ wb.m}^{-2}$, ce qui correspond bien avec la figure 10.

La figure 11 représente une variation de l'indice dans le champ de bord, tirée des courbes de champ de bord; elle est analogue à la courbe relevée par Proca⁽¹⁴⁾ sur le spectromètre 250 MeV. Cette courbe

devrait permettre une évaluation plus juste de l'influence de la petite zone du champ de bord dans le cas de secteurs à gradient.

II-1.3 Méthode du fil flottant.

Cette méthode nous a permis de déterminer les points conjugués, la dispersion angulaire (tableau I et figure 13), la trajectoire moyenne exacte (avec translation π et angle du secteur équivalent correct), et d'effectuer un étalonnage préalable avant corrections.

Sur le tableau I, nous avons également porté la distance chromatique, qui est la distance de la face de sortie au point virtuel d'intersection des rayons émergents correspondant à $\alpha_i = 0$, $y = 0$, et à différents $\Delta p/p$.

Tableau I : Distances conjuguées et dispersion				
d_1 cm	d_2 cm	u degrés	$M = \alpha'_i \left(\frac{\Delta p}{p} \right)$	distance focale chromatique d_c , en cm. (Cf. figure 13).
70	203	23°	1,17	- 134 ($y_c = - 2,3$)
90	164	28°	$M_{+h} = 1,20$ pour	
110	136	32°30'	$n = 0,3056$ $\theta = 108^\circ$	

Ces mesures ont été effectuées vers 320 MeV/c (9600 gauss).
La valeur théorique de la dispersion angulaire est :

$$M = \frac{\sin \theta \cdot \sqrt{1-n}}{\sqrt{1-n}} + \operatorname{tg} \theta_2 \left(1 - \frac{\cos \theta \cdot \sqrt{1-n}}{1-n} \right) \quad (\text{II})$$

où θ_2 est l'angle de la normale à la face de sortie (Oy de la figure 14) et de la trajectoire moyenne émergente. Or, dans notre cas, d'après la figure 14, si nous tenons compte des reculs des faces magnétiques équivalentes par rapport à la culasse (que nous supposons égaux à l'entrée et à la sortie), et des translations τ dans les champs de bord (supposées égales), nous devons considérer la trajectoire 2 comme l'axe optique défini plus haut. On ne peut alors définir à l'intérieur du secteur une trajectoire de rayon constant. Nous aurons :

$$\theta = 108^\circ \quad r_0 \text{ moyen} \sim r_0 - \tau - \Delta L \cdot \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$$

Le premier terme de (II) est théoriquement égal à 1,20. La valeur de θ_2 déduite de (II) et du tableau I est de l'ordre de -1° , alors qu'en mesurant la face équivalente de sortie, nous avons trouvé θ_2^x de l'ordre de -2° .

Par contre, les mesures que nous avons faites en s'efforçant de faire suivre au fil flottant les trajectoires 1 et 1' basées sur $(0, r_0)$ et $(0, r_0 - \tau)$ nous ont donné pour M les deux valeurs :

$$M_1 = 1,11$$

$$M_{1'} = 1,12$$

d'où, d'après (1) :

$$\text{Trajectoire 1 : } \theta_2 = 3^\circ 36'$$

$$\text{Trajectoire 1' : } \theta_{2'} = 3^\circ 15'.$$

Or, dans ce cas, qui se rapproche le plus de la T.M.T.,

on a :

$$\theta_2 = \theta_2^x + \frac{(\Delta L)}{r_0} = 2^\circ 15' + 1^\circ 30' = 3^\circ 45' \text{ (au signe près).}$$

(Le fait de passer de l en l' fait passer de r_0 à $r_0 - \tau$ mais ne modifie pratiquement pas M).

L'accord entre le calcul et l'expérience est donc excellent.

Le tableau II rassemble les résultats obtenus par le calcul^{*} à l'aide de la calculatrice CAB 500.

Tableau II

	d_o	d_i	u	M	d_c
Trajectoire 2 (fig. 14)	70 + 2	197 + 2		1,15	- 134
	90 + 2	155 + 2		-	-
	110 + 2	136 + 2		-	-
Trajectoire 1	70 + 2	232 + 2	28°	1,12	- 136
	90 + 2	182 + 2	29°30	-	
	110 + 2		31°		

II-1.4 Méthode du pinceau d'électrons (aimant balai).

Les distances images mesurées par cette méthode coïncidaient à 3 cm près avec les distances mesurées par la méthode du fil. La dispersion angulaire a été trouvée égale à 1,16, ce qui est en assez bon accord avec la méthode du fil (cas 2 de la figure 14). En ce qui concerne l'angle solide, la figure obtenue en avant de la face d'entrée est représentée figure 16; sur cette même figure sont représentées différentes formes de fentes proposées par P. Bounin.

* Voir plus loin le processus de calcul au 2ème ordre (u).

Le tableau III rassemble les résultats expérimentaux et théoriques.

Tableau III (Pinceau d'électrons)

Ω Théorique	Ω mesuré à 420 MeV/c	Ω A B C D	Ω adopté
$\alpha_j = 2 \times 3,27$ pour 14,5 cm d'entrefer.	$2 \times 3,35$	2×3	$2 \times 1,4$
$\alpha_i = 2 \times 8,62$ pour 28 cm de largeur utile.	2×10	2×9	2×7
Soit $\Omega = 1,13 \cdot 10^{-2}$ stéradian.	$1,3 \cdot 10^{-2}$ sr.	$1,08 \cdot 10^{-2}$ sr	$0,39 \cdot 10^{-2}$ sr

$d_0 = 90$ cm. Les angles sont exprimés en 10^{-2} radian.

Chaque segment de courbe de la figure 17 représente le déplacement de la tache d'électrons à α_j fixé* lorsque α_i varie (aimant balai); cette figure permet d'apprécier :

1) L'aberration angulaire sagittale (terme en α_j^2 représentée par les petits segments verticaux).

2) Les deux composantes, sur l'axe des y_2 et l'axe des z_2 de l'aberration angulaire en $\alpha_i \alpha_j$.

* Se reporter à la figure 31.

En fin de compte, cet ensemble de mesures nous a montré que l'aimant que nous avait livré le constructeur avait seulement un angle équivalent de $105^{\circ}30'$ et des faces équivalentes inclinées de -4° à -5° (par rapport à la trajectoire moyenne définie par le faisceau de l'accélérateur) au lieu d'un secteur de 108° à faces droites.

En ajoutant des plaques métalliques vers les extrémités des pôles, nous avons modifié l'entrefer de l'aimant dans ces régions afin de le rendre davantage identique à l'aimant prévu dans le projet. Cette étude de l'aimant modifié fait l'objet de la prochaine section.

II.2 - Etude du secteur magnétique après corrections.

II-2.1 Champs de bords.

Pour augmenter légèrement la longueur de l'aimant équivalent, nous avons été amenés à disposer sur les extrémités des faces polaires^x à l'entrée et à la sortie, deux paires de plaques de fer doux, dont l'influence a été évaluée empiriquement : on provoque ainsi un accroissement de l'induction moyenne sur une certaine longueur et l'intégrale $\int B dx$ est augmentée; il a été nécessaire de procéder par approximations successives. La forme des plaquettes de corrections définitives est donnée figure 18; les courbes de champ de bord à l'entrée et à la sortie sont données figures 19, 20 et 21. On a représenté également les formes des faces magnétiques équivalentes à l'entrée (figure 19) et à la sortie (figure 20). On observera que les rayons de courbure de ces faces ont augmenté comme nous le cherchions, et que leur position permet maintenant de considérer que nous disposons d'un secteur magnétique de 108° avec des angles de faces nuls. Les erreurs possibles sont de l'ordre de $\pm 30'$ aussi bien sur la position des faces que sur leur inclinaison.

^x Pour des raisons mécaniques (bobines, chambre à vide), il n'était pas possible d'allonger les pôles directement.

Notons en outre que les termes de translation τ sont considérablement diminués : en effet, ce terme τ est dû à la diminution progressive de B_0 dans le champ de bord, c'est-à-dire à l'augmentation progressive du rayon de courbure de la trajectoire. Or, dans l'aimant corrigé, les plaquettes que nous avons disposées à l'entrée et à la sortie ont pour effet d'augmenter localement B_0 , ce qui provoque l'effet inverse, en particulier à la sortie où la correction est plus forte; on conçoit donc que la somme des deux effets (action de la zone où $B > B_0$ et action de la zone où B décroît de B_0 à 0) puisse devenir très petite, ce qui s'observe très bien sur les courbes $f = \int B(x)dx$; en fait, les surlongueurs fournies ont été obtenues en mesurant les surfaces engendrées par les courbes.

On remarquera cependant que la correction à forte induction (figure 21) est trop grande, et que la face magnétique équivalente semble dépasser de 4 mm. D'autre part, l'entrefer à la sortie, qui est le seul déterminant pour l'angle solide (image transverse théoriquement à l'infini) est diminué de l'épaisseur des plaquettes, il sera maintenant égal à $145 - 2 \times 7,5 = 130$ mm, d'où une diminution a priori de l'angle solide de 10 % environ.

I-2.2 Courbes radiales.

Le seul rayon auquel nous ayons accès se trouve malheureusement à 30° de la face de sortie, c'est-à-dire trop près des plaquettes de correction de la sortie; les courbes radiales s'en trouvent déformées, et il n'est plus question de mesurer l'indice. La figure 22 permet de se rendre compte du nouvel aspect des courbes radiales. L'emplacement du point de mesure de l'induction par effet Hall (sonde installée ultérieurement en salle de cibles 1 GeV) y est représenté et permet éventuellement de comparer en 1ère approximation l'induction mesurée et l'induction moyenne B_0' .

I-2.3 Influence des blindages sur l'induction moyenne.

Pour utiliser ces 2 aimants en salle de cibles 500 MeV comme spectromètre, il a fallu disposer des blindages importants pour protéger les compteurs de l'espace image contre le rayonnement (n et γ) de la salle.

Or l'influence de ces blindages comportant du fer n'est absolument pas négligeable, en particulier aux fortes inductions : en effet, le flux de fuite augmente lorsque l'électro-aimant se sature, d'autant plus que les circuits magnétiques extérieurs présentent une réluctance faible. Il faudra donc en tenir compte pour les étalonnages. Une augmentation de l'induction centrale de 3‰ est observable à partir de 12.000 gauss.

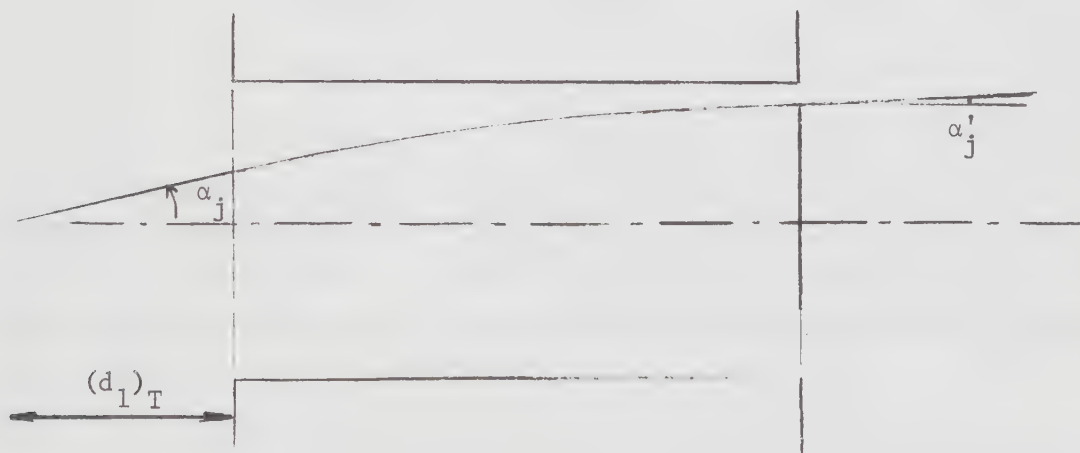
I-2.4 Expérience du fil flottant.

Nous avons d'abord cherché le foyer transverse, c'est-à-dire le point objet tel que les rayons sortent parallèles dans le plan transverse ($\alpha'_j = 0$ à la sortie quel que soit α_j à l'entrée). Cette condition est essentielle si nous voulons réaliser la triple focalisation, puisque dans le plan transverse, toutes les trajectoires doivent arriver normales au plan de symétrie contenant la fente d'analyse.

Pour $(d_1)_T = 117$ cm et $(d_1)_T = 85$ cm, nous avons trouvé les résultats suivants :

Tableau IV

α_j (entrée)	α_j (sortie) pour $(d_1)_T = 117$	α'_j (sortie) pour $(d_1)_T = 85$
$6 \cdot 10^{-3}$	$0,7 \cdot 10^{-3}$	
$13,0 \cdot 10^{-3}$	$+ 1,2 \cdot 10^{-3}$ et $0,6 \cdot 10^{-3}$	
$18,5 \cdot 10^{-3}$	$+ 1,2 \cdot 10^{-3}$ et $1,8 \cdot 10^{-3}$ et $2,1$	$+ 3,5 \cdot 10^{-3}$
$19,6 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$ légèrement divergent	nettement divergent



On observe d'autre part que lorsque α_j croît, α_i restant nul, α_i' varie de 0 à -3.10^{-3} environ. (Aberration angulaire sagittale).

La mesure est assez délicate et manque de précision; nous constatons cependant qu'à la distance théorique $(d_1)_T = 116$ cm, le faisceau émergent est pratiquement parallèle (il faudra aller vers $(d_1)_T = 125$ cm pour avoir un parallélisme plus rigoureux).

Nous avons ensuite réalisé un nouvel étalonnage avec vérification^x après inversion du sens de l'induction.

Tableau V

Etalonnage après corrections.

V shunt mV	I amp excitation	B ₀ gauss	Tension du fil g poids	P MeV/c	$\frac{P}{eB_0}$ cm
800	651,2		318,15	600,6	
600	434,1			471,5	
500 ^x	361,8	12100	314,15	406,1 (e ⁻ et p ⁺)	111,9
400	289,4	9739	318,15	327,4	112,1
200	144,7	4888	168,15	164,8	112,5

Nous avons ensuite repris des mesures de distances conjuguées, d'angles de surfaces images, de distances chromatiques et de dispersion; les résultats sont rassemblés dans le tableau VI.

Tableau VI

$d_1 = 110 \text{ cm}$	d_2 cm	U degrés	$M = y_2 / \left(\frac{\Delta p}{p} \right)$	d_c cm
V shunt mV				
900 (651,2 amp)	155	17°	1,21	- 123,5
500 (361,8 amp)	165	22°	1,19	- 141
200 (144,7 amp)	178	27°	1,21	- 132,5

II-2.5 Dernières mesures et conclusions en vue de la triple focalisation; conclusions.

1) Plan transverse.

A 400 MeV/c, pour $d = 135 \text{ cm}$, les trajectoires du plan transverse convergent ($\alpha'_j \sim -3.10^{-3}$ radian). Pour $d_1 = 115 \text{ cm}$, les trajectoires divergent ($\alpha'_j \sim 3.10^{-3}$ radian). La distance $d_1 = 125 \text{ cm}$ semble donc la plus correcte. Pour un déplacement perpendiculaire au plan médian δ de 2 cm, les trajectoires continuent à sortir parallèles avec un angle $\alpha'_j = 7,7.10^{-3}$ (α'_j théorique = $8,3.10^{-3}$).

Pour des variations de la quantité de mouvement incidente de + 4,4 % et - 2,6 %, on a $\alpha'_j = 2,3.10^{-3}$ (divergent) et $\alpha'_j = -1,6.10^{-3}$ (convergent); l'influence de cet effet sera analysée plus loin.

Donc, en moyenne, pour le plan transverse, tout se passe comme si l'on avait $n = 0,295$ (et non 0,312) mesuré radialement.

2) Plan radial et distance entre aimants.

A l'aide de la matrice dans le plan médian

$$M_{1/2} = \begin{vmatrix} \theta = 18^\circ, n = 0 & L & 108^\circ, n = 0,3056 \end{vmatrix}$$

au premier ordre telle que

$$M_{1/2} = \begin{vmatrix} M_1 & M_2 & M_3 \\ N_1 & N_2 & N_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

et en imposant les conditions de double focalisation, c'est-à-dire :
le plan de sortie de $M_{1/2}$ est un plan de symétrie de l'ensemble
($N_3 = 0$) avec images radiales sur la trace de ce plan sur le plan médian
($M_2 = 0$) (voir plus loin l'expression de cette matrice), nous pouvons
calculer la distance L à prévoir entre les aimants.

Avec $n = 0,295$, nous avons pour $(d_1)_T = 125$ cm, $L = 116$ cm.
En fait, L varie très lentement avec n (cf. IV.1.2). Nous en déduisons

$$(d_1)_M = 115 \text{ cm.}$$

3) Pour $(d_1)_M = 115$ cm, nous avons trouvé $d_{\text{image}} = 161$ cm à
400 MeV/c et $u = 24^\circ$; le premier de ces deux résultats est à peu près
conforme au calcul au 1er ordre ($d_1 = 157$ pour $n = 0,3125$ et 153 cm pour
 $n = 0,295$); le deuxième laisse prévoir que la triple focalisation ne se-
ra réalisable que pour une petite bande d'énergie, et que, pour de grands
 $\Delta p/p$, l'image résultante à la sortie du spectromètre 1 GeV se formera à
des distances fonction de ce $\Delta p/p$

La largeur de la tache image à 400 MeV/c était de l'ordre
de 2,5 mm pour un angle total à l'entrée de $12,5 \cdot 10^{-2}$ radian.

4) Nous avons mesuré la distance focale image (objet à l'infini) en imposant des trajectoires horizontales à l'entrée. Nous trouvons $d_F = 0$ à $+5$ cm alors que le calcul laisse prévoir $d_F = 1,5$ cm pour $n = 0,3125$ et $d_F = -1,5$ cm pour $n = 0,295$.

Le grandissement $\frac{\alpha \text{ sortie}}{y \text{ entrée}}$ est égal à $1,55 \pm 0,05 \cdot 10^{-2}$

(calcul au 1er ordre : $n = 0,295$ donne $1,512 \cdot 10^{-2}$,
 $n = 0,3125$ donne $1,494 \cdot 10^{-2}$).

L'ensemble de ces résultats concernant les électro-aimants de 108° semble à peu près satisfaisant pour réaliser la triple focalisation, avec des réserves en ce qui concerne la longueur de la tache image à la sortie des 3 aimants.

Nota : Carte de champ suivant l'axe du faisceau.

Nous avons relevé à la demande d'un physicien, deux courbes de l'induction le long de l'axe accélérateur à l'entrée du spectromètre; les deux courbes (inductions moyennes de l'ordre de 15500 et 6800 gauss) sont représentées figure 23.

Ces courbes permettent de vérifier que l'inversion du sens du champ se produit pratiquement au niveau du flanc intérieur de la culasse, et qu'il n'existe pas de flux de fuite important pour la culasse.

III - ETUDE DE L'ELECTRO-AIMANT DE 36°.

III-1. Etude de la face magnétique équivalente et de l'induction en fonction du courant magnétisant.

A priori, le problème est un peu plus complexe pour l'aimant de 36°, puisque nous avons cette fois deux conditions à remplir :

1) L'angle du secteur doit faire effectivement 36° pour un rayon de $r_0 = 111$ cm.

2) Les 3 électro-aimants devant constituer le spectromètre 1 GeV seront alimentés en série; nous devons donc chercher à obtenir la même valeur de l'induction moyenne dans les 3 aimants pour un courant donné; le nombre d'ampère-tours prévu est le même dans les 3 aimants, mais les effets dus à la saturation diffèrent entre les aimants 108° d'une part et l'aimant de 36° d'autre part :

a) l'influence des champs de bord est plus importante sur l'aimant de 36°, le long du rayon moyen, le plateau n'a que quelques centimètres.

b) le flux de fuite, qui a été déterminé par la méthode des carrés curvilignes de Th. Lehmann⁽²⁹⁾ (fig. 3d), est de l'ordre de 27 %. Pour les aimants corrigés, il sera le même pour les 3, puisque nous allons faire en sorte que les bords équivalents coïncident avec les bords de culasse à 36° et 108°. Cependant, compte-tenu du fait que les faces équivalentes avancent légèrement de la même quantité sur les 3 aimants (le tracé de Lehmann n'est valable que pour une perméabilité infinie), la contribution de ce phénomène sur le flux total sera différente : la contribution est de l'ordre de 2 % pour les aimants de 108°, et de 6 % pour l'aimant de 36° (à induction maximum).

c) les longueurs de bord de pôles, qui sont les zones saturées en premier lieu (d'après le tracé de Lehmann de la figure 3d, nous aurons $1,4 \text{ wb.m}^{-2}$ dans le coin des pôles pour une induction nominale comprise entre 0,5 et $0,6 \text{ wb.m}^{-2}$), sont dans le rapport 1/2,6 au lieu de 1/3 pour les surfaces : la contribution de cette bande très saturée est donc nettement plus importante sur l'aimant de 36° . Supposons que la largeur de cette bande très saturée soit de l'ordre de 3 cm, sa contribution pour les aimants de 108° sera de 9,7 % et de 11,2 % pour l'aimant de 36° .

Les courbes d'induction sont données sur la figure 30 b, elles montrent un écart de 5 % sur les inductions des aimants 108° et de l'aimant 36° non corrigé (entrefer 145 mm, comme les aimants 108°).

L'étude expérimentale de l'aimant équivalent est résumée dans les figures suivantes :

La figure 24 montre la forme des faces magnétiques équivalentes à l'entrée (côté adductions d'eau), et à la sortie, l'influence de l'induction sur la position de ces faces. Comme sur les aimants de 108° , nous constatons que les faces équivalentes avancent avec l'induction, c'est une conséquence des phénomènes de saturation du fer; ceci semble le cas général pour les aimants où les bobines sont loin des pôles (dans le cas des bobines "noyées", les faces ont plutôt tendance à reculer).

La figure 25 donne la forme des faces magnétiques équivalentes après une lère correction qui a consisté à augmenter la longueur des pôles en rapportant des plaques de fer doux (A) imbriquées en plusieurs morceaux dans les nervures et les entretoises de la chambre à vide; les épaisseurs étaient déterminées empiriquement pour augmenter simultanément le rayon de courbure des faces (A') (figures 26 et 29). Cette correction était insuffisante, nous avons donc utilisé des plaquettes

d'entrefer (B) comme dans les aimants de 108° , ce qui nous a permis de corriger le secteur à quelques millimètres près.

Fig. 25 a : avant la correction. En pointillé, plaques A et A';
b : 1er jeu de plaques B;
c : jeu définitif de plaques B.

Ces plaques, de même que les plaques polaires C de la figure 26, représentent l'ensemble des plaques de correction définitives en fer doux (A 11 V de la SFAC) y compris deux plaques polaires (C) de 1,5 mm d'épaisseur recouvrant sur toute la longueur chacun des pôles pour rendre le plus possible identiques les courbes $B = f(I)$ entre les aimants de 108° et l'aimant de 36° (point 2). Les figures 27 et 28 représentent à titre d'exemple des cartes de champ de bord à l'entrée et à la sortie. Les termes de translation sont respectivement égaux à 11 et 9 mm. La figure 29 représente une carte de lignes équichamp relevées d'un côté de l'électro-aimant.

Bobines de correction :

Pour parfaire l'identité des courbes $B = f(I)$ (point 2) avec les électro-aimants de 108° , nous avons été amenés à ajouter un bobinage auxiliaire qui devait nous permettre d'introduire un terme de correction de quelques % sur l'induction moyenne.

Le tableau VII et la figure 30 b rassemblent les résultats concernant la comparaison entre l'électro-aimant de 36° avant et après corrections et ceux de 108° en ce qui concerne l'induction.

Tableau VII

V_{shunt} en mV	B_{108° sans blindage	B_{36° non corrigé entrefer = 145 mm.	B_{36° corrigé entrefer = 142 mm.	B_{36° avec 42 amp. sur les bo- bines auxi- liaires.
200	4905	4930	4965	
300	7340	7350	7470	7915
400	9700	9740	9940	10360
500	12120	12040	12230	12620
600	14200	13960	14180	14480
700	15880	15400	15670	15870
800	17190	16525	16775	16930
900	18140	17510	17725	17855

Ces résultats montrent que nous sommes maintenant capables d'assurer une identité des inductions moyennes jusqu'à 700 millivolts compris (environ 530 MeV/c), malgré la différence de forme des courbes $B = f(I)$, mais que au dessus nous aurons une induction moyenne un peu faible; ces résultats seront confirmés plus loin par l'hodoscope.

Nous avons également effectué une mesure radiale de l'induction qui nous a donné un indice égal à + 0,07 en moyenne, ce qui fait apparaître un défaut supplémentaire de l'aimant (figure 30 a), dû à la proximité des plaques de correction de champ de bord : pour éviter cet effet, il aurait fallu découper des plaques en forme de trapèze, comme pour les aimants de 108° .

III-2. Expérience du fil flottant.

Pour nous assurer que le fil suivait bien la T.M.T. ($r_0 = 1110$ mm) à l'intérieur du secteur, nous avons disposé dans le plan de symétrie une réglette graduée.

Le fil entraît et sortait perpendiculairement aux faces de la carcasse de l'aimant, les termes de translation $\tau_{\text{entrée}}$ et τ_{sortie} portés dans le tableau VIII nous étaient imposés par la condition supplémentaire $r_0 = 1110$ mm.

Tableau VIII

V_{shunt} 1 A	p 108° MeV/c	p 36° MeV/c	$\tau_{\text{entrée}}$ mm	τ_{sortie} mm	I bobine auxiliaire ampères
		591,5	10	11	0
900	600,6	596,25	10	11	40
		600,8			60 (extrapolé)
800	570,1	570,1	16	14	46
		566,4	15	12,5	40
		557,7	10	11	0
600	471,5	471,6	11	11	6
500	406,1	406,3	13	12	- 5
400	327,4	327,5	13	12	-16
200	164,8	164,8	13	10	-13

Nous remarquons que l'accord entre les translations τ mesurées par l'hodoscope et les valeurs calculées d'après les courbes de champ de bord (fig. 27 et 28) est très bon.

Il semble donc que dans l'ensemble, nous ayons possibilité d'identité de l'induction moyenne entre les 3 aimants sauf aux valeurs maximales de l'énergie analysée, où les bobines auxiliaires sont insuffisantes. En fait, nous verrons plus loin, dans l'étude théorique de la triple focalisation, que l'identité de l'induction moyenne du secteur de 36° et de l'induction moyenne des deux autres aimants n'est pas tellement critique.

L'installation des trois aimants sur la tourelle 1 GeV s'est effectuée de juillet à septembre 1963. Nous avons pu commencer à utiliser l'ensemble alimenté au début du mois de septembre 1963.

IV - ETUDE DU SPECTROMETRE A TRIPLE FOCALISATION

IV-1. Etude théorique.

Pour cette étude, que nous voulons étendre aux termes du 2ème ordre dans le plan radial, nous utiliserons le formalisme matriciel habituel (Penner⁽⁷⁾, R. Belbéoch, P. Bounin, K.L.Brown⁽¹⁵⁾). Nous reprendrons les notations (fig. 31) utilisées dans le rapport LAL-1118⁽¹³⁾ et les expressions calculées par Tasman⁽¹⁶⁾ à partir des équations de Euler-Lagrange (W. Glaser⁽¹⁷⁾).

Le formalisme matriciel va nous permettre de calculer :

- 1) La courbe image intermédiaire dans le secteur 36°.
- 2) Les aberrations après la traversée des 3 secteurs.

IV-1.1 Matrice au 2ème ordre.

Pour les matrices au 2ème ordre de secteurs magnétiques (M_s), nous proposons la notation suivante :

y_2		A	B	C	A_y	A_α	A_γ	$A_{y\alpha}$	$A_{y\gamma}$	$A_{\alpha\gamma}$		y_1
α'_i		D	E	F	B_y	B_α	B_γ	$B_{y\alpha}$	$B_{y\gamma}$	$B_{\alpha\gamma}$		α_i
γ		0	0	1	0	0	0	0	0	0		γ
y_2^2		0	0	0	A^2	B^2	C^2	$2 AB$	$2 AC$	$2 BC$		y_1^2
$(\alpha'_i)^2$	=	0	0	0	D^2	E^2	F^2	$2 DE$	$2 DF$	$2 EF$		α_i^2
γ^2		0	0	0	0	0	1	0	0	0		γ^2
$y_2 \alpha'_i$		0	0	0	AD	BE	CF	AE + BD	AF + CD	BF + EC		$y_1 \alpha_i$
$y_2 \gamma$		0	0	0	0	0	C	0	A	B		$y_1 \gamma$
$\alpha'_i \gamma$		0	0	0	0	0	F	0	D	E		$\alpha_i \gamma$

Les expressions des différents coefficients sont
données en annexe III.

Pour un espace libre (objet ou image), la matrice $|M_i|$
au 2ème ordre s'écrit :

$$\begin{vmatrix} y_2 \\ \alpha'_i \\ \gamma \\ y_2^2 \\ \alpha_i'^2 \\ \gamma^2 \\ y_2 \alpha'_i \\ y_2 \gamma \\ \alpha'_i \gamma \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & d_i & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & d_i^2 & & 2 d_i & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & & d_i & 1 \\ & & & & & & & 1 & d_i \\ & & & & & & & & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y_1 \\ \alpha_i \\ \gamma \\ y_1^2 \\ \alpha_i^2 \\ \gamma^2 \\ y_1 \alpha_i \\ y_1 \gamma \\ \alpha_i \gamma \end{vmatrix}$$

Il s'ensuit que la matrice d'un secteur depuis son plan
objet jusqu'à un plan de l'espace image à une distance L de la face de
sortie est :

$$|M_{1S2}| = |M_L| |M_S| |M_{d_1}|$$

M_{d_1} pour une distance objet d_1 .

M_L pour une distance image $d_2 = L$.

c'est-à-dire

$A+DL$	$A d_1 + B$ $+L(Dd_1+E)$	$C+FL$	$A_y + B_y L$	$A_y d_1^2 + A_{\alpha} + A_{\alpha} d_1$ $+L(B_y d_1^2 + B_{\alpha}$ $+ B_{y\alpha} d_1)$	$A_y + B_y L$	$A_{y\alpha} + 2 d_1$ $(A_y + B_y L)$ $+ B_{y\alpha} L$	$A_{yy} + B_{yy} L$	$A_{yy} d_1 + A_{\alpha y}$ $+L(B_{yy} d_1 + B_{\alpha y})$
D	$D d_1 + E$	F	B_y	$B_y d_1^2 + B_{\alpha}$ $+ B_{y\alpha} d_1$	B_y	$2 B_y d_1 + B_{y\alpha}$	B_{yy}	$B_{yy} d_1 + B_{\alpha y}$
0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$A^2 + DL^2$ $+ 2 A D L$	$(A d_1 + B)^2 +$ $L^2(D d_1 + E)^2$ $+ 2 L [A d_1^2 + B E$ $+ d_1(AE + BD)]$	$C^2 + F^2 L^2$ $+ 2 F C L$	$2 A (A d_1 + B)$ $+ 2 D L^2 (D d_1 + E)$ $+ 2 L (A D d_1$ $+ A E + B D)$	$2 A C +$ $2 D F L^2$ $+ 2 L (A F +$ $C D)$	$2 C (A d_1 + B) +$ $2 F L^2 (D d_1 + E) +$ $2 L [(A F + C D) d_1 +$ $B F + E C]$
0	0	0	D^2	$(D d_1 + E)^2$	F^2	$2 D (D d_1 + E)$	$2 D F$	$2 F (D d_1 + E)$
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	$D (A+DL)$	$(D d_1 + E)^2 L +$ $A D d_1^2 + B E$ $+ d_1 (A E + B D)$	$F (C+FL)$	$2 D L (D d_1 + E)$ $+ 2 A D d_1$ $+ A E + B D$	$2 D F L$ $+ A F + C D$	$2 F L (D d_1 + E)$ $+ d_1 (A F + C D)$ $+ B F + E C$
0	0	0	0	0	$C+FL$	0	$A+DL$	$A d_1 + B$ $+L(Dd_1+E)$
0	0	0	0	0	F	0	D	$D d_1 + E$

1
1S2 =

Pour arriver maintenant au voisinage de la surface image intermédiaire (image dans le plan radial uniquement), nous devons multiplier la matrice M_{1S2} par la matrice M'_S d'un secteur homogène d'angle $\overline{\alpha}$, en tenant compte du changement de signe de l'induction ($F' = -F_{n=0}$). La fente d'analyse se trouvera à $\overline{\alpha} = \alpha = 18^\circ$, le secteur total correspond à $\overline{\alpha} = 2\alpha = 36^\circ$; par contre, la surface image intermédiaire, en tenant compte des termes du 2ème ordre en α_i , sera une courbe dans le plan médian donnée par $y = f(\overline{\alpha})$ (figure 32), c'est-à-dire que nous prendrons $\overline{\alpha}$ comme variable (et non pas x_2).

IV-1.2 Focalisation du premier ordre :

Les 6 premiers termes de la matrice $|M_{1/2}| = |M'_{\overline{\alpha}}| |M_{1S2}|$ sont :

$$M_1 = A'(A + DL) + B'D$$

$$M_2 = A' \left[Ad_1 + B + (Dd_1 + E)L \right] + B' \left[Dd_1 + E \right]$$

$$M_3 = A'(C + FL) + B'F + C'$$

$$N_1 = D'(A + DL) + E'D$$

$$N_2 = D' \left[(Ad_1 + B) + (Dd_1 + E)L \right] + E'(Dd_1 + E)$$

$$N_3 = D'(C + FL) + E'F + F'.$$

Dans l'introduction, nous avons exposé les conditions de triple focalisation qui ont déterminé les paramètres $L, \theta, \alpha, d_1, r_o$ et nous avons pris $\theta' = \theta \sqrt{1-n}$ pour le secteur de 108° égal à $\frac{\pi}{2}$, ce qui entraîne

$$A = E = 0$$

$$B = r_o(1-n)^{-1/2}$$

$$C = \frac{r_o}{1-n}$$

$$D = -(1-n)^{1/2}/r_o$$

$$F = (1-n)^{-1/2}$$

Pour le secteur homogène

$$A' = E' = \cos \alpha, \quad B' = r_o \sin \alpha, \quad C' = -r_o(1 - \cos \alpha).$$

$$D' = -\frac{\sin \alpha}{r_o}, \quad \underline{F' = -\sin \alpha}.$$

$$L = r_o \left(\cotg \alpha - \frac{2-n}{(1-n)^{1/2}} \right)$$

$$d_1 = \frac{r_o}{2(1-n)^{1/2}} \frac{\sin 2\alpha}{(1-n)^{1/2} + \frac{n-2}{2} \sin 2\alpha} = r_o n^{-1/2} \cdot \cotg \theta''$$

$$D'où \quad L = 116,5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad d_1 = 116,5 \text{ cm}.$$

Ceci définit à la fois la position relative des 3 aimants et la position des points conjugués.

IV-1.3 Surface image intermédiaire : aberrations au niveau de la fente d'analyse.

Les termes du deuxième ordre de la matrice

$$\left| \begin{array}{c} M_{1/2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} M'_S \\ \text{secteur} \\ \text{d'angle} \\ \alpha \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} M_L \\ \text{espace} \\ \text{libre de} \\ \text{longueur} \\ L \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} M_S \\ \text{secteur} \\ \text{d'indice} \\ \text{n et d'angle} \\ \theta \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} M_{d_1} \\ \text{espace objet} \\ \text{de longueur} \\ d_1 \end{array} \right|$$

ont été calculés en tenant compte des résultats précédents, c'est-à-dire :

$$A = E = 0$$

Leurs expressions sont données en annexe III.

Elles vont nous permettre de calculer deux grandeurs importantes, la pente au sommet de la surface image intermédiaire et l'aberration angulaire.

Pour que l'expression de

$$y = M_1 y_1 + M_2 \alpha_i + M_3 \gamma + M_9 \alpha_i \gamma$$

(en oubliant les autres termes d'aberrations) soit indépendante de α_i , il faut que

$$\left| \begin{array}{l} M_2 + M_9 \gamma = 0 \\ y = M_3 \gamma \end{array} \right.$$

En éliminant γ entre ces deux équations, nous aurons

$$y = f(\bar{\alpha}) = - \frac{M_2 \cdot M_3}{M_9}$$

puisque M_2, M_3, M_9 sont des fonctions de $\bar{\alpha}$, angle courant dans le secteur homogène (figure 32).

La pente au sommet de la courbe $y = f(\bar{\alpha})$ est donnée par $\text{tg} V = \rho/\rho'$ (coordonnées polaires) soit

$$\text{tg} V = \frac{r_o}{(dy/d\bar{\alpha})_{y=0}}$$

c'est-à-dire

$$V = \text{Arc tg} \left[- \frac{r_o M_9}{M_3 \left(\frac{dM_2}{d\bar{\alpha}} \right)} \right] \quad \bar{\alpha} = 18^\circ$$

$$\text{avec } \frac{dM_2}{d\bar{\alpha}} = d_o \cos \bar{\alpha} + \sin \bar{\alpha} \left[r_o/(1-n) - d_o L/r_o \right]$$

Il était intéressant de voir l'influence de n et β sur V et sur les aberrations. Nous avons donc mis au point un programme de calcul pour la calculatrice CAB 500. Ce programme utilise les relations ci-dessus (figure 36). Il permet de calculer V , de calculer y pour une valeur donnée de $\bar{\alpha}$, ce qui permet de tracer la ligne image intermédiaire et de calculer les aberrations :

$$M_5 = y_2 / \alpha_i^2 : \text{aberration angulaire}$$

$$M_6 = y_2 / \gamma^2 : \text{défaut de linéarité dans la courbe } p = f(y)_{\text{fente}}.$$

$$M_9 = y_2 / \alpha_i \gamma, \text{ qui restera l'aberration la plus importante dans le plan de la fente d'analyse (tgV est proportionnel à } M_9).$$

La figure 34 et la tableau IX montrent les résultats de ce calcul.

Pour $\alpha_i = 0,05$ radian et $\gamma = 3 \%$, ce qui correspond déjà à de grandes ouvertures en angle et en quantité de mouvement, les ordres de grandeurs sont les suivants :

$$M_5 \alpha_i^2 \sim - 0,15 \text{ cm}$$

$$M_6 \gamma^2 \sim - 0,14 \text{ cm}$$

$$M_9 \alpha_i \gamma \sim + 0,6 \text{ cm}$$

ce qui correspond à un $\gamma = \frac{\Delta p}{p}$ de 0,2 % environ : le relevé d'un "flat top" sera modifié d'autant si nous nous plaçons dans le cas d'un pic idéal de largeur nulle et de hauteur n (figure 35), le plateau relevé correspondrait à AA'D'D ; l'aberration en $\alpha_i \gamma$ remplace AA' par le segment rectiligne^{*} BB' ; si en plus, nous considérons l'aberration en α_i^2 , BB' est remplacé par l'arc de parabole^{*} CC' et la forme du plateau

* Dans l'hypothèse où les particules sont diffusées par la cible-objet de façon isotrope dans l'angle solide vu par le spectromètre.

TABLEAU IX

	$d_1 = L = 116,5 \text{ cm}$								
	Dispersion cm par %		Aberrations ($\alpha_1 = 0,1$; $\gamma = 0,03$) en cm						
	au centre	pour $\gamma = 3\%$	y/α_1^2	$(y/\alpha_1^2) \cdot 10^{-2}$	y/γ^2	$(y/\gamma^2) \cdot 9 \cdot 10^{-4}$	$y/\alpha_1 \gamma$	$(y/\alpha_1 \gamma) \cdot 3 \cdot 10^{-3}$	v
$n = 0,3058$ $\beta = 0,1$	3,21	3,155	- 38	- 0,4	- 142	- 0,14	370	1,11	0,81 (46°30')
$n = 0,3058$ $\beta = - 0,2$	d°	d°	170	1,7	- 100	- 0,09	460	1,4	0,92 (52°40')
$n = 0,27$ $\beta = 0,1$	3,09	3,04	- 67,5	- 0,7	- 144	- 0,14	353	1,05	0,81
$n = 0,27$ $\beta = - 0,2$	d°	d°	126	1,3	- 105	- 0,1	435	1,3	0,92

réel est alors représentée par le contour CC'F'F.

La largeur à mi-hauteur restera toujours égale à l'ouverture de la fente d'analyse : au premier ordre, la largeur en quantité de mouvement est égale à

$$2\gamma \cdot p_0 = \frac{2y}{M_3} \cdot p_0$$

où $2y$ est la largeur géométrique et M_3 la dispersion linéaire exprimée pour $\bar{\alpha} = 18^\circ$.

Si nous voulons tenir compte de l'aberration chromatique, l'expression de cette largeur devient racine de l'équation

$$M_3 \cdot \gamma + M_6 \cdot \gamma^2 = \frac{1}{2} y \quad (\text{donné})$$

IV-1.4 Matrice du spectromètre à 3 aimants

Pour calculer la position des points images à la sortie du spectromètre entier, en tenant compte du terme en $\alpha_1 \gamma$, le calcul le plus simple consisterait à utiliser le programme de calcul mis au point pour la moitié du spectromètre.

Une fois $y = f(\bar{\alpha})$ connue, on peut par approximations successives reprendre le même programme de calcul supposé appliqué maintenant à la moitié inférieure du spectromètre et calculer les valeurs de $d_2 = f(\bar{\alpha})$ qui donnent des images intermédiaires venant se placer sur la courbe image préalablement déterminée.

Cette méthode, qui ne nécessite aucun calcul supplémentaire de matrice, ne fournit malheureusement pas les expressions des autres aberrations. Pour calculer les termes de la matrice M_{12} du spectromètre entier, nous allons multiplier la matrice déjà connue (paragraphe IV - 1.2)

$$\left| M_{1/2} \right| = \left| M'_{\bar{\alpha}} \right| \cdot \left| M_{1S2} \right| \quad \text{pour} \quad \bar{\alpha} = 36^\circ$$

par la matrice M_{1S2} dans laquelle nous remplaçons d_1 par L et L par d_2 . (Le calcul de la matrice $|M_{1/2}^{-1}|$ est beaucoup plus long, sinon, la méthode logique serait de calculer

$$|M_{12}| = |M_{1/2}^{-1}| \cdot |M_{1/2}|$$

en effectuant les changements de signe appropriés, voir Penner⁽⁷⁾). En fait, nous n'exprimerons ici que les termes utiles, c'est-à-dire uniquement les termes μ de la 1ère ligne en α_1 et γ , et également le grandissement linéaire.

Les coefficients μ de la 1ère ligne de la matrice entière sont donnés en annexe III.

Toutes ces expressions ont été reproduites sur ruban perforé, et nous avons mis au point un programme qui complète celui du demi-spectromètre et qui permet de calculer les aberrations et la courbe $d_2 = f(\gamma)$ de la manière suivante :

L'expression générale de y_2 est

$$y_2 = \mu_1 y_1 + \mu_2 \alpha_1 + \mu_3 \gamma + \mu_6 \gamma^2 + \mu_9 \alpha_1 \gamma$$

Pour un point objet sur l'axe, $y_1 = 0$. De plus, μ_3 est toujours nul (focalisation en énergie).

Nous cherchons d_2 tel que y_2 soit indépendant de α_1

$$y_2 = (\mu_2 + \mu_9 \gamma) \alpha_1 + \mu_6 \gamma^2$$

y_2 sera donc nul à $\mu_6 \gamma^2$ près, quel que soit α_1 lorsque la condition $\mu_2 + \mu_9 \gamma = 0$ sera remplie.

μ_2 et μ_9 sont des fonctions de d_2 au 2ème degré; pour un γ donné, nous procéderons donc à la machine à calculer par tâtonnements pour trouver le d_2 satisfaisant la condition.

Le programme utilisé en langage PAF est représenté figure 36.

Les résultats de ce calcul sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux, sauf en ce qui concerne la pente de $d_2 = f(\gamma)$; la comparaison sera analysée dans la partie expérimentale de cette étude, voir figure 48 pour $d_2 = f(\gamma)$ et tableau XIV pour les aberrations.

IV-2. Résultats expérimentaux.

Aucune mesure d'induction n'est nécessaire puisque maintenant les angles et les indices des secteurs sont connus; il reste à essayer le spectromètre d'abord par la méthode du fil flottant, puis à l'aide des électrons du faisceau de l'accélérateur ou d'électrons diffusés.

Par la méthode du fil, nous avons décomposé l'essai en deux étapes :

- 1) - jusqu'au plan de symétrie du secteur de 36° , c'est-à-dire jusqu'au plan de la fente d'analyse^{*} ;
- 2) - jusqu'à l'espace image total.

Nous envisagerons ensuite les deux méthodes avec électrons, pour le spectromètre entier.

IV-2.1 Méthode du fil flottant jusqu'au plan de la fente d'analyse.

Pour cela, nous avons étudié et fait réaliser une "équerre optique" qui servait à la fois de point d'accrochage du fil et de détecteur d'angle de la trajectoire en ce point (figures 38a et b). La

(*) Cette expérience a permis de dégrossir le problème et de commencer à travailler sur le spectromètre alors que nous disposions d'une alimentation (un groupe 315 Kw et sa régulation) pour exciter seulement le secteur de 36° et un secteur 108° au choix.

figure 38b montre les différentes positions possibles : la solution 2 semble la plus simple à réaliser, elle revient à assimiler la moitié supérieure de la plaquette à une sécante de la trajectoire, et ceci sans rendre trop délicate l'amenée de courant (dans les solutions 1 et 3, l'amenée de courant doit se faire parallèlement aux lignes de champ si l'on ne veut pas introduire de couple d'erreur). La plaquette-miroir en acier inoxydable amagnétique a été usinée au mieux, le parallélisme entre les faces est assuré à 1/100 mm près; la détermination en valeur absolue de l'angle de la trajectoire au plan de symétrie ne pourra donc se faire mieux qu'au millième de radian; par contre, en valeur relative, une variation de 10^{-3} radian entraîne un déplacement du spot de 2,6 mm (longueur du levier optique : 130 cm). Un autre terme d'erreur est dû au couple de frottement des pivots de l'axe du miroir, il est difficile à évaluer, mais à l'expérience, nous avons pu constater que l'erreur maximum était de l'ordre de 2.10^{-3} radians en plus de l'erreur de zéro (10^{-3} , que le zéro soit fait par retournement ou non).

Nous avons donc procédé à un pré-étalonnage du 1/2 spectromètre, en jouant pour chaque valeur de la quantité de mouvement mesurée sur l'intensité du courant dans les bobines auxiliaires du secteur de 36° .

La poulie était placée à environ 90 cm de la face d'entrée, le réglage de l'horizontalité à l'entrée se faisait à l'aide d'une règle graduée repérée une fois pour toutes au théodolite.

L'entrée se faisait à $111 + 0,8$ cm pour tenir compte du terme τ de translation dans le champ de bord à l'entrée : ces 8 mm devaient en principe faire coïncider la trajectoire des électrons avec la trajectoire moyenne théorique de rayon $r_0 = 111$ cm; en fait, à la suite de mouvements divers du sol de la salle et d'un réalignement de l'accélérateur, l'entrée a été fixée à la cote correspondant à 110,8 cm, c'est-à-dire $r_0 = 111 - \tau \sim 110$ cm.

Le tableau X rassemble les résultats obtenus pour ce premier étalonnage.

De plus, la dispersion a été mesurée pour 4 valeurs de l'induction, en déplaçant le tube de l'équerre optique dans ses manchons à billes d'une quantité repérée sur un régle; ces résultats sont portés dans la dernière colonne du tableau X.

- Précision de l'étalonnage fil : 10^{-3} .
- Erreur systématique due au poids du fil : pratiquement nulle comme le montre le calcul en annexe II.
- Précision sur les mesures de dispersion : $\pm 2 \%$.

On vérifie que le fil entre les deux aimants passe à $111 + 1$ par rapport au centre du secteur de 36° et $111 + 0,2$ par rapport au centre du secteur $108^\circ/1$ ($\tau_{\text{sortie}} \sim 2$, cf. 1ère partie).

La figure 39 représente les variations d'angles mesurés à l'équerre optique lors de mesures de dispersion à 600 MeV/c et 470 MeV/c. On remarquera que le terme d'aberration en γ^2 affectant $y = f(\gamma)$ n'est pas visible (courbes de dispersion, 1); d'autre part, le terme d'aberration $(\alpha'_1)_4/\gamma^2$ varie au plus de $\pm 10^{-3}$ radian entre ± 12 cm (soit $\frac{\Delta p}{p} \sim \pm 3,75 \%$) qui seront les limites maximum d'extension du faisceau entre les plaques en tungstène constituant la fente d'analyse, ouverte au maximum. (Il s'agit en fait vraisemblablement autant d'imprécisions de mesures que d'aberrations).

Détermination de la distance objet correcte (plan médian).

Nous avons ensuite procédé à des mesures de distances conjuguées : le fil était fixé sur $r_0 = 111$ cm au milieu du secteur de 36° , la poulie était déplacée à l'entrée dans le plan médian, nous avons trouvé des distances dans l'espace objet de l'ordre de 125 cm

Tableau X

I spectro ampères	I bobines auxiliaires	Sensibilité sur échelle équerre optique en A/mm	P MeV/c	Dispersion cm par %
646,5	21	7	600,2	3,0
574,7	40		568,2	
502,9	25	5	524,7	
431,0	- 4	3	470,2	3,21
359,2	- 10	2	403,2	3,25
287,3	- 22		325,6	
215,5	- 22		244,9	3,45
143,7	- 20	0,5	163,5	

(et non 117 comme prévu pour $n = 0,3058$) quelle que soit l'induction (figure 40).

Nous n'avons pas effectué de mesures pour $\gamma \neq 0$.

Détermination de la distance objet dans le plan transverse.

Les trajectoires sont repérées à l'entrée à l'aide d'un théodolite monté sur une plateforme à un degré de liberté dans le plan transverse : il suffit de noter les valeurs des angles correspondant à une cote z_2 dans le plan de symétrie du secteur de 36° (un "peigne" muni de fentes espacées de 1 cm en 1 cm jusqu'à 5 cm était fixé à l'extrémité de l'équerre optique dans ce but) et à une cote z_1 sur la plateforme du théodolite. Le parallélisme dans l'espace entre les deux aimants, entre le rayon et le plan médian, était vérifié à l'aide d'un quadrillage de papier millimétré installé perpendiculairement à ce plan.

La distance objet a été trouvée égale à 135/145 cm (deux séries de mesures) à 400 MeV/c; dimension de la tache : ± 1 mm pour $\alpha_j = \pm 2,2 \cdot 10^{-3}$ radians, ce qui, à 125 cm (qui sera la distance adoptée à cause des propriétés dans le plan médian) donne une tache de ± 5 mm.

On peut donc en conclure que la triple focalisation ne sera pas parfaite, et que si nous plaçons le détecteur sur l'image radiale, nous accepterons une certaine largeur de tache dans le plan transverse correspondant à un terme du premier ordre.

IV-2.2 Méthode du fil flottant pour les deux premiers aimants ; étalonnage des bobines auxiliaires du secteur de 36° ; discussion.

Le point d'accrochage du fil est fixé ici à l'entrée du 3ème aimant (qui ne sert ici que de support, fig. 41a); nous sommes obligés d'utiliser la poulie-balance imaginée par P. Bounin et B. Milman (18,30)

et déjà expérimentée sur les spectromètres 500 MeV/180°⁽¹³⁾. Elle est indispensable pour des questions de stabilité; nous utiliserons donc également le moteur d'enroulement du fil installé derrière le "peigne" déjà cité au paragraphe précédent; ce peigne servira ici de point d'attache, variable dans le plan médian (fig. 41a).

Deux feuilles de papier millimétré parallèles au plan médian permettaient de repérer les trajectoires dans les deux espaces entre deux aimants voisins.

Un réglelet placé dans le plan de symétrie donnait l'élongation au niveau de la fente d'analyse.

Cette expérience nous a permis de déterminer :

1) - Les valeurs de courant des bobines auxiliaires, mentionnées en section III, pour avoir une symétrie parfaite par rapport au secteur de 36°.

2) - La dispersion dans des conditions plus réalistes qu'avec l'équerre optique; à 400 MeV/c, nous avons trouvé $D = 3,11$ cm par %.

La figure 42a représente la courbe d'étalonnage obtenue pour les bobines auxiliaires, elle a la même allure que celle déduite de l'étude de 36° (cf 2ème partie) et que celle déduite de l'étalonnage avec l'équerre optique; quantitativement, les intensités sont cependant nettement plus élevées; en particulier, entre 525 et 600 MeV/c, le courant maximum que l'on peut envoyer dans ces bobines est encore insuffisant.

En pointillé, nous avons tracé la même courbe, cette fois-ci en valeur relative par rapport à l'induction fournie par les bobines principales; sur cette 2ème courbe, on constate que le défaut relatif entre 525 et 600 MeV/c est finalement assez faible; par contre, il

semblait alors assez important d'utiliser ces bobines de correction dans la région de 325 MeV/c, correction égale à

$$\frac{\Delta B}{B_0} = - 2,5 \%$$

En fait, cette contribution inférieure à 3 % (pour fixer les idées), correspond à $\Delta r/r_0 = 3 \%$ sur $\alpha = 18^\circ$ seulement. Il en résulte, d'après la figure 41b, que $\overline{AB} \sim 0,15$ cm au maximum, soit, étant donné que la dispersion dans ce plan image vaut à peu près 3,2 cm par %, une contribution de $\frac{0,15}{3,2} \% \sim 5.10^{-4}$, ce qui est la plupart du temps négligeable; ces bobines correctrices seront donc en fin de compte pratiquement inutiles.

IV-2.3 Méthode du fil flottant sur les 3 aimants.

Il était évident que l'équilibre du fil, de même que dans le cas du paragraphe précédent, serait difficile à obtenir : en effet, tout se passe comme si, dans le cas d'un spectromètre à un seul aimant, nous placions la poulie dans l'espace image loin derrière le point conjugué du point fixe considéré comme objet; il faut alors un dispositif quelconque au voisinage de cette image, pour empêcher de trop grandes élongations et freiner les petites élongations. D'autant plus que dans le cas des 3 aimants, toutes les trajectoires ont des longueurs très voisines (cf. Introduction). Nous avons donc utilisé la poulie-balance, qui permettrait déjà de travailler sur les points conjugués (s'il n'y avait pas cette image intermédiaire), et nous avons placé, tous les 3 cm environ sur le régle de mesure d'élongation dans le plan de la fente d'analyse, des butées constituées par des vis en laiton; le régle était placé légèrement en avant du plan médian de façon à imposer un léger frottement au fil pour faciliter l'équilibre. C'est dans ces conditions que nous avons pu réaliser la méthode du fil, et il nous a semblé, d'après la sensibilité et les résultats obtenus, que cette façon de procéder n'a pas introduit d'erreur notable.

Les réglages de la longueur du fil, réglable grâce au moteur d'enroulement placé en bas, dans la chambre de compteurs, et au frottement dans le plan de la fente d'analyse étaient très critiques et demandaient beaucoup d'attention.

Le repérage du fil se faisait en haut à l'aide de deux réglets, l'un devant le flasque de la chambre à vide, l'autre pour repérer la hauteur de la poulie, en bas à l'aide d'un cathétomètre qui visait le fil à sa sortie de la chambre à vide et d'un réglet pour repérer la hauteur de la fente placée contre l'enrouleur motorisé.

Achromatisme.

Nous avons d'abord contrôlé la condition de triple focalisation; nous avons vérifié pour cela que le rayon de sortie changeait peu lorsque l'on modifiait le courant dans le fil (l'entrée restant horizontale); de façon paradoxale, les résultats sont meilleurs (figure 47) à 565 MeV/c qu'à 240 MeV/c : les écarts maxima à 245 MeV/c, pour un $\Delta p/p$ égal à $\pm 3,75 \%$ sont de 8 mm.

Etalonnage définitif.

A partir de cette date (26 octobre 1963), il a été déterminé, à la suite des mouvements du sol et du réalignement de l'accélérateur, que le faisceau entrerait à $r = 110,8$ cm; c'est-à-dire, en tenant compte du terme de translation $r = 0,8$ cm à l'entrée, sur une trajectoire moyenne théorique de rayon $r_0 = 110$ cm. L'étalonnage rapporté au tableau XI, ainsi que quelques valeurs de la dispersion (méthode des moindres carrés), a été effectué le 26 Octobre 1963, en utilisant les groupes III de 315 Kw, avec le shunt de mesures de ce groupe, dont la valeur à ce jour était $1,3952 \cdot 10^{-3}$ ohm; les courbes d'étalonnage, directes et dilatées par rapport à une droite d'équation $p = 0,814 V_{\text{shunt}}$ sont portées sur la figure 42b; la dérive des shunts

Tableau XI

Etalonnage du spectromètre de la salle 1 GeV (26-10-1963).

V _{shunt} groupe III	I électro- aimants ampères	I bobines auxiliaires	p MeV/c non corrigé pour T.M.T.	Tension du fil gramme- force	Dispersion cm par %
950,6	681,3	45	611,15	234,7	3,165
899,8	644,9	> 50	595,50	"	
849,5	608,9	> 50	579,65	"	
800,0	573,4	> 50	564,06	"	
749,7	537,35	50	543,54	"	
700,0	501,72	19	521,28	"	3,196
650,0	465,88	5	496,09	"	
600,0	430,05	- 2,5	466,89	"	
550,0	394,21	- 8	435,04	"	
500,0	358,37	- 11,5	400,45	"	
450,0	322,53	- 14	362,02	"	3,123
400,4	286,98	- 15,5	323,52	"	
350,0	250,86	- 16,5	283,26	"	
300,0	215,02	- 16	243,27	"	
249,8	179,04	- 12,5	202,78	184,7	
200,0	143,35	- 3,5	162,65	134,7	
150,0	107,51	0	121,79	134,7	
100,0	71,67	+ 3	81,30	84,7	

R shunt groupe III = $1,3952 \cdot 10^{-3}$ (26-10-1963) - $0,82 \cdot 10^{-6}$ par mois (figure 43 III).

de mesures dans le temps est représentée sur les figures 43/I, /II, /III pour les groupes I, II et III; elle est de l'ordre de $0,6.10^{-3}$ par mois. Elle est vraisemblablement due à une usure de nature électrochimique à l'intérieur des tubes de manganine.

En outre, la courbe d'étalonnage par rapport aux valeurs de tensions shunt à cette date a été analysée par une méthode des moindres carrés par C. Bétourné avec la calculatrice Univac et a permis d'établir un tableau d'étalonnage à la disposition des utilisateurs.

D'après les calculs permettant d'évaluer le terme d'erreur dû au poids du fil (Annexe II), nous avons trouvé pour un rayon entrant dans le spectromètre à 110,8 cm du centre, soit, $\epsilon_1 = -1$ cm (si $\tau = 0,8$ cm) et passant par $\epsilon_4 = -0,3$ cm, il fallait diminuer la quantité de mouvement de $2,4.10^{-3}$ par rapport à la quantité de mouvement, $p_0 = eB_0 r_0$ de la trajectoire moyenne théorique; mais quelles que soient les conditions d'entrée dans lesquelles a été réalisée l'étalonnage par la méthode du fil, pourvu que ces conditions aient été les mêmes que celles imposées par le faisceau de l'accélérateur, les valeurs mesurées par cette méthode sont correctes à un terme dû au poids du fil près; ce terme, lorsque la tension du fil varie de 80 à 250 g, n'excède pas 10^{-4} . De toutes les façons, nous avons observé des fluctuations aléatoires de $\pm 5.10^{-4}$ lorsque la tension du fil passait de 50 à 300 g, dues aux imprécisions de mesure, vraisemblablement à cause du frottement du fil dans le plan de la fente. Par contre, l'angle du fil au niveau de la fente d'analyse est compris entre 5 et 6.10^{-3} radian.

Nous avons en outre, à 240 et 467 MeV/c, mesuré les hauteurs du point d'accrochage du fil dans l'espace image en fonction de la tension-fil; pour que les valeurs calculées selon la méthode exposée dans l'annexe II soient en accord avec les valeurs mesurées, nous avons été obligés d'admettre que le secteur de 36° était équivalent à $2 \times 17^\circ 30'$

au lieu de $2 \times 18^\circ$, ce qui est parfaitement vraisemblable puisque :

1) Nous avons admis qu'une erreur de $\pm 30'$ sur la position des faces fictives était possible.

2) Les champs de fuite une fois les 3 aimants assemblés sont certainement modifiés : le sens de l'induction dans le secteur homogène étant de sens contraire aux 2 autres (aimants de 108°), il semble normal que les faces fictives en regard reculent légèrement.

Nous avons donc introduit arbitrairement ce nouveau paramètre dans le programme CAB 500, ainsi qu'une translation H supplémentaire entre le secteur de 36° et les 2 autres; en effet, après plusieurs tâtonnements, la translation avait été fixée à 1,6 cm au lieu de la valeur théorique $0,8 + 0,2$ cm : H doit donc être égal à 0,6 cm (fig. 44).

Distances conjuguées.

Nous avons pris successivement comme "distance-objet"

$$d_1 = 115 \text{ cm} \quad \text{et} \quad d_1 = 125 \text{ cm}$$

La distance $d_1 = 125$ cm sera finalement adoptée car elle constitue un compromis satisfaisant avec les résultats obtenus pour le plan transverse.

Les distances images diminuent lorsque l'induction augmente (ces points sont portés sur la figure 48), voir tableau XII. A titre d'exemple, nous avons reproduit sur les figures 45 et 46, deux diagrammes obtenus par la méthode du fil pour des rayons passant à $r_0 = 111,0$ mm dans la fente d'analyse et à $r = r_0 - 10,3$ cm, soit $\gamma = \Delta p/p_0 = +3,2$ % environ, à une induction telle que $p_0 = 486,7$ MeV/c (600 mV). On peut remarquer sur ces deux figures que la méthode du fil est une méthode très précise, au moins en valeurs relatives, puisque la tache image obtenue n'excède

pas 2 à 3 mm (pour un angle total à l'entrée de 6°), y compris les aberrations angulaires, ce qui est une performance remarquable pour une longueur de fil de 9 mètres environ depuis la poulie-balance. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

Tableau XII

p MeV/c	d ₁ cm	d ₂ cm	$\Delta p/p_o$ %	Dimension de la tache (cm)	I bobines auxiliaires Ampères.
243	125	122	0	0,4	- 16
467	125	105	0	0,16	0
	125	96	- 0,86	0,4	0
	125	154	+ 3,31	0,4	0
	115	115	0	2,5	0
	115	200	+ 3,225	0,3	0
564	125	93	0	2	49

IV-2.4 Méthode du pinceau d'électrons (aimant balai).

Un certain nombre de nuits d'accélérateur a été consacré à l'étude de l'optique du spectromètre à l'aide d'un pinceau d'électrons simulant une trajectoire isolée; le petit aimant balai, nommé "Hercule" permettait de faire varier l'angle à l'entrée dans le plan transverse ou dans le plan médian (suivant la position du plan de symétrie de l'aimant); la distance objet est égale à la distance du centre de cet aimant à la face d'entrée du premier aimant de 108° (cf. électro-aimants

de 108° , paragraphe II-1.4) : nous l'avons conservée égale à $d_1 = 125 \text{ cm}$.

Nous avons d'abord pu vérifier, vers 460 MeV, que le "moindre déplacement" de la tache image était de l'ordre de $\pm 2 \text{ cm}$ (avant disparition totale), que les aberrations angulaires étaient légèrement différentes suivant que l'on entraînait avec un angle positif ou négatif dans le spectromètre : au moment de disparaître, la tache est plus large pour les angles positifs.

Nous avons trouvé une distance image transverse de l'ordre de 230 cm à 293 MeV/c, de 350 cm à 525 MeV/c, ce qui confirme le défaut sur la focalisation transverse déjà observé par la méthode du fil, des distances images dans le plan médian de l'ordre de 126 cm à 236 MeV/c, 115 cm à 456 MeV/c, 85 cm à 542 MeV/c. Les résultats sont rassemblés sur la figure 48 qui donne l'aspect de l'influence du terme en $\alpha_1 \gamma$ sur la distance image pour 3 valeurs de la quantité de mouvement moyenne p_0 . Les résultats obtenus par la méthode du fil sont également portés sur cette figure. Les résultats théoriques sont représentés par les courbes en pointillé (cf. paragraphe IV-1.4).

Dimension de la tache image.

Des diagrammes analogues à celui de la figure 49, dans le plan médian et le plan transverse permettent, pour la distance image choisie, d'établir des relations fournissant la dimension de la tache image.

Dans le plan transverse, les résultats concernant la largeur de la tache sont rassemblés dans le tableau XIII.

Tableau XIII

Dimensions des taches dans le plan transverse.

p_0 MeV/c	Dimension minimum en cm.	Dimension totale pour $d_2 = 115$ cm.	k
293	1,1 à 230 cm	4 cm	1,25
525	2,5 à 360 cm	7 cm	2,5

k est le coefficient de l'expression

$$l = k \cdot \theta_j$$

où l est la largeur totale en cm de la tache image à la distance $d_2 = 115$ cm pour un angle total dans le plan transverse à l'entrée égal à $\theta_j = 2\alpha_j$ en 10^{-2} radian.

Des expressions analogues ont été établies pour la dimension de la tache dans le plan médian, à la distance image fixée à $d_2 = 115$ cm (d'après la figure 49 par exemple pour 540 MeV/c).

$$d_2 = 115 \left[\begin{array}{ll} \text{à } 236 \text{ MeV/c,} & h = (0,085 \gamma + 0,125)\theta_i \\ \text{à } 456 \text{ MeV/c,} & h = 0,11 \gamma \cdot \theta_i \\ \text{à } 540 \text{ MeV/c,} & h = (0,17 \gamma - 0,17)\theta_i \end{array} \right.$$

h , hauteur totale de la tache est exprimée en cm, si θ_i , angle total à l'entrée est exprimé en 10^{-2} radian et si $\gamma = \Delta p/p_0$ en % représente l'écart par rapport à la quantité de mouvement centrale.

L'influence du terme en γ^2 est observable sur la figure 50 (456 MeV/c); l'accord entre le calcul et l'observation est assez mauvais (tableau XIV). L'accord est meilleur en ce qui concerne l'aberration angulaire; la hauteur minimum des taches, à condition que l'on se place à la bonne distance image pour un $\Delta p/p$ donné, est de l'ordre de 4 mm pour $\alpha_1 = \pm 0,1$ radian.

Les calculs ont été effectués pour $n = 0,295$

$$\beta = 0,1$$

$$d_1 = 116,5 \text{ cm}$$

$$r_0 = 111 \text{ cm}$$

Les mesures du tableau XIV sont celles réalisées par la méthode du pinceau d'électrons à 456 MeV/c.

Tableau XIV

$\Delta p/p$ %	distance image		aberration angulaire		aberration chromatique	
	calculée	mesurée	calculée	mesurée	calculée	mesurée
0	111	118 pour $d_1 = 125$	41	40	-	-
- 2,7	98,5	76	29	40	- 99	0
4	142	167 pour $\gamma = 2,7 \%$	56	40	- 16,5	800

Angle solide.

La forme du diaphragme maximum à l'entrée a été déterminée en coordonnées polaires en positionnant successivement le plan médian de l'aimant balai à 0° , 15° , 30° , 90° du plan vertical et, pour plusieurs valeurs du $\Delta p/p$; les formes obtenues sont représentées sur les figures 51 (236 MeV/c) 52 (456 MeV/c) et 53 (540 MeV/c).

Sur chaque figure sont portées les valeurs d'angles solides correspondant au contour repéré dans le diaphragme correspondant.

L'angle solide théorique (au 1^{er} ordre) est celui calculé pour un aimant de 108° avec $d_1 = 117$ cm; nous le calculons en prenant un demi-entrefer de 6,4 cm (à la sortie du secteur de 36°) et une zone radiale utile de ± 15 cm (maximum utilisable d'après la figure 9); ce calcul n'est valable que si l'on admet que le spectromètre et son optique ont bien comme plan de symétrie le plan de symétrie du secteur de 36° (aux plaques de correction près).

Si l'on admet en outre arbitrairement que la forme du diaphragme maximum d'entrée est une ellipse, nous trouvons :

$$\Omega = \pi \cdot 0,096 \cdot 0,027 = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ stéradian.}$$

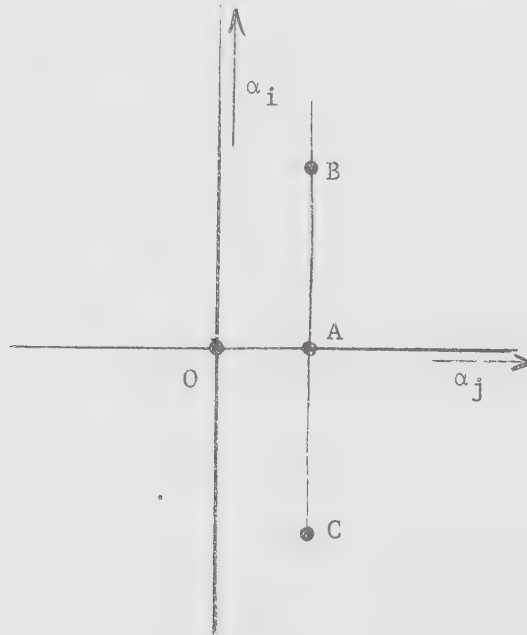
En comparant avec le résultat obtenu pour $\gamma = 0$ à 236 MeV/c (figure 51), l'accord est excellent.

Forme des diaphragmes maximum à l'entrée.

La justification de la forme des diaphragmes, déterminée par la méthode du pinceau d'électrons, peut se faire qualitativement en faisant intervenir l'influence du terme au 2^{ème} ordre en $\alpha_i \alpha_j$.

En effet, d'après la théorie au 1^{er} ordre pour le plan transverse, le secteur de 36° ne joue aucun rôle : or, pour les rayons qui entrent dans le secteur de 36° avec un certain angle α_{i3} dans le

plan médian, (pour $\gamma = 0$ et pour $\neq 0$), cet aimant se comporte comme un secteur homogène à face d'entrée inclinée, c'est-à-dire qu'il présente une certaine convergence dans le plan transverse pour $\alpha_{i3} > 0$, divergence pour $\alpha_{i3} < 0$.



Entrée du 1er aimant.

Si $\alpha_{i1} \neq 0$ (à l'entrée), point B sur le diagramme ci-dessus, nous pouvons appliquer le même raisonnement à la face d'entrée et à la face de sortie, ce qui veut dire que la matrice du plan transverse

$$\begin{vmatrix} \cos \theta'' & n^{-1/2} \cdot r_0 \cdot \sin \theta'' \\ -\frac{n^{1/2} \cdot \sin \theta''}{r_0} & \cos \theta'' \end{vmatrix}$$

devient

$$\begin{vmatrix} \cos \theta'' - \alpha_{i1} \cdot n^{-1/2} \cdot \sin \theta'' & r_0 \cdot n^{-1/2} \cdot \sin \theta'' \\ -\frac{n^{1/2} \sin \theta''}{r_0} - \frac{\alpha_{i1} - \alpha_{i2}}{r_0} \cos \theta'' & \cos \theta'' + \alpha_{i2} \cdot n^{-1/2} \cdot \sin \theta'' \end{vmatrix}$$

Si nous prenons comme distance objet la distance théorique pour la triple focalisation, soit

$$d_1 = r_0 \cdot n^{-1/2} \cdot \cotg \theta''$$

il reste

$$\alpha_{j2} = - \frac{d_1}{r_0} (\alpha_{i1} - \alpha_{i2}) \cos \theta'' + \alpha_{i2} \cdot n^{-1/2} \cdot \sin \theta''$$

Le secteur à gradient est donc légèrement convergent pour α_{i1} positif, ce qui entraîne dans notre cas α_{i2} négatif. Pour α_{i1} négatif, le secteur est légèrement divergent. Nous allons donc envisager trois diagrammes (dans le plan médian, se reporter par exemple à la figure 3a) :

- 1 - $\alpha_{i1} = 0$. Entrée en A. Figure 54a.
- 2 - $\alpha_{i1} > 0$, mais pas trop grand. Entrée en B. Figure 54b.
- 3 - $\alpha_{i1} < 0$, mais pas trop grand. Entrée en C. Figure 54b.

Ces diagrammes justifient le contour en forme de trapèze observé par la méthode du pinceau d'électrons. Le trapèze obtenu pour $\gamma > 0$ est moins large que le trapèze obtenu pour $\gamma < 0$ (figure 51).

Pour des α_i plus grands, il intervient alors un terme en $\alpha_i \alpha_j$ dans le plan médian, dû au champ de bord; deux effets se superposent :

1) Pour un α_i donné, si $\alpha_j \neq 0$, la composante, dans le champ de fuite, perpendiculaire au plan médian, est plus petite, du fait de la courbure des lignes de champ dans cette zone, que la composante au niveau du plan médian $B_0(1 - n \cdot \Delta r/r_0)$.

2) L'induction B_0 mesurée près des pôles, est toujours plus élevée (figure 7); les zones où cet effet sera important sont donc les faces de sortie du 108°/1 et 36° et les faces d'entrée du 36° et du 108°/2 où z atteint à peu près son maximum.

Or nous avons vu, lors de l'étude du champ de bord des secteurs de 108° , grâce à quelques courbes enregistrées avec un traceur automatique (figure 7) que dans le plan transverse, la face magnétique équivalente est assez fortement courbée vers l'extérieur : c'est donc l'effet de coin qui l'emporte sur l'effet de courbure des lignes de champ, l'aimant est plus long au voisinage des pôles que dans le plan médian; nous observerons pour les rayons rasant les pôles un déplacement en bloc vers la gauche (figure 3), déplacement favorisant les rayons de $\gamma > 0$ et défavorisant les rayons de $\gamma < 0$; ceci justifie la forme de la partie supérieure des diaphragmes.

Quant à la partie inférieure, les rayons de $\gamma > 0$ sont nettement défavorisés, même dans le plan médian : en effet, le terme en $\alpha_i \gamma$ est suffisamment grand pour que l'image se forme à une distance d_2 nettement plus grande que pour $\gamma = 0$ ($d_2 = 117$ cm), donc avec des valeurs de y_7 à la sortie plus élevées, d'où la limitation du côté des y_7 positifs, c'est-à-dire des y_1 et des α_i négatifs à l'entrée.

Un calcul rapide appliqué à la sortie pour $d_2 = 170$ cm donne $\alpha_{i7 \text{ max}} = 0,069$ radian (au lieu de 0,09), ce qui correspond assez bien avec la réalité (si nous admettons que le grandissement angulaire du spectromètre entier est égal à - 1).

IV-2.5 Mesure de l'angle solide et de la dispersion par l'étude de quelques spectres d'électrons diffusés.

Nous utilisons une cible d'aluminium. Le spectromètre analysait les électrons diffusés à 35° . La fente, télécommandée en hauteur et en largeur, était mise en place sur la bride d'entrée de la chambre à vide, à 90 cm environ de la cible (figure 3b), quantité de mouvement : 350 MeV/c. Nous placions en outre, le plus près possible de cette fente en tungstène, une plaque de laiton de 2 cm d'épaisseur portant une fenêtre de 2 cm de haut par 6 cm de large (figure 55a).

En déplaçant verticalement cette plaque de 2 cm en 2 cm, la fente tungstène ouverte au maximum, nous avons tracé la courbe du nombre de coups en fonction de la hauteur (figure 55b). Nous avons ensuite étalonné la largeur utile en replaçant la fenêtre laiton à hauteur nulle et en fermant progressivement la fente tungstène qui délimite l'ouverture horizontale (figure 55c).

Nous observons donc quelques différences par rapport aux mesures précédentes :

$$(\alpha_j)_{\max} = \pm 2.10^{-2} \quad \text{au lieu de } \pm 2,5.10^{-2}$$

$$(\alpha_i)_{\max} = \pm \frac{7,8.10^{-2}}{8,3.10^{-2}} \quad \text{au lieu de } \pm \frac{8,3.10^{-2}}{8,9.10^{-2}}$$

De plus, le contour en forme de trapèze n'est pas apparu (figure 55b - courbe en pointillé).

L'explication semble être que le compteur Cerenkov placé dans l'espace image n'était pas assez large pour recevoir les rayons correspondant à $\alpha_j > 2.10^{-2}$; en effet, les deux formes de diaphragme semblent être à peu près confondues à partir de $\alpha_i = -4,5.10^{-2}$ radian.

Nous avons repris cette expérience plus soigneusement; la fenêtre laiton était télécommandée, le compteur Cerenkov avec PM 58 AVP avait un diamètre de 11 cm. Nous avons travaillé vers 325 MeV/c.

Le pic élastique était placé conformément aux schémas de la figure 56.

Dans le cas de $\gamma = +3\%$, la méthode n'était pas excellente, puisqu'elle favorisait la partie inférieure et défavorisait la partie supérieure dans l'exploration du diaphragme d'entrée : la contribution de la queue radiative était importante.

Les résultats définitifs sont représentés figure 56b; ils correspondent mieux aux formes observées par la méthode du pinceau d'électrons (forme trapèze), largeur plus faible de 14 % à $\gamma = + 3 \%$, plus grande de 14 % à $\gamma = - 3 \%$, sauf en ce qui concerne les "cornes" (cf. figure 51) qui n'ont pu être décelées par cette méthode : il aurait fallu pour cela faire une analyse en largeur vers + 6 cm. Les valeurs de l'angle solide déduite de ces figures sont cependant plus faibles que celles découlant de l'autre méthode de l'ordre de $\Omega = 3.10^{-3}$ stéradian pour un rectangle de 2 x 4 cm par 2 x 1,5 cm (valable pour $\gamma = 0 \%$ et $\gamma = - 3 \%$) et de l'ordre de $\Omega = 2.10^{-3}$ stéradian pour un rectangle de 2 x 4 cm par 2 x 1 cm pour $\gamma = + 3 \%$.

Les différences avec la méthode du pinceau d'électrons peuvent s'expliquer par l'imprécision de l'étalonnage de l'aimant balai, celui-ci ne s'étant guère effectué à mieux que $\pm 10 \%$.

Dispersion par la méthode du plateau.

Jusqu'ici, la quantité γ était calculée d'après la courbe d'étalonnage $p = f(V_{\text{shunt}})$ et les valeurs de dispersion déterminées par la méthode du fil.

Nous supposons maintenant cette dispersion inconnue et nous déplaçons le pic élastique d'électrons diffusés dans une fente large de 109,4 mm pour 3 positions de cette fente. La fenêtre à l'entrée mesure $2 \times 8 \text{ cm}^2$.

Le pic élastique est d'abord mis en évidence dans une fente de $\pm 0,5 \%$ environ (figure 57a). Ensuite, nous relevons le nombre de coups en fonction de V_{shunt} pour les 3 cas.

Ces résultats sont représentés sur les figures 57.

Nous avons en outre évalué la variation possible de l'angle solide au cours de cette mesure entre les différentes positions de la fente, en effectuant chaque fois un comptage par accumulation, le pic

étant placé à 1,5 % (présumé) de la plaque "basse énergie". Les résultats sont les suivants :

γ	2 %	0	0	- 2 %
n corrigé	1305	1297	1203	1231

Nous notons une légère augmentation (3 %) pour $\gamma = - 2 \%$, bien que la fenêtre à l'entrée soit toujours $2 \times 8 \text{ cm}^2$.

IV-2.6 Dispersion mesurée par une méthode du plateau sur le faisceau de l'accélérateur lui-même.

A. Browman, B. Grossetête et D. Yount ont eu besoin d'effectuer une vérification précise de la valeur de la dispersion du spectromètre, pour une expérience de diffusion de positrons et d'électrons sur du bismuth⁽¹⁹⁾; le spectromètre étant positionné à 0 degré, ils ont mesuré, grâce à deux chambres à ionisation placées à l'entrée et à la sortie, le rapport du nombre d'électrons émergents au nombre d'électrons incidents, soit en faisant varier le champ dans le spectromètre, soit en faisant varier le champ dans les aimants de déviation. La fente d'analyse était large de $7,054 \pm 0,004 \text{ cm}$ (mesurée au pied à coulisse). Les résultats⁽²⁰⁾ sont rassemblés dans le tableau suivant :

$p_0 \text{ MeV/c}$	Dispersion en cm par % en faisant varier	
	$B_0 \text{ spectromètre}$	$B_0 \text{ déviation}$
200	$3,202 \pm 0,018$	$3,223 \pm 0,059$
500	$3,208 \pm 0,012$	$3,188 \pm 0,013$

Les erreurs sont déterminées par les fluctuations sur les mesures individuelles.

Les valeurs moyennes sont portées dans la dernière colonne du tableau XV où sont rassemblés tous les résultats concernant la dispersion.

p MeV/c	Fil flottant			Méthode du plateau	
	$\frac{1}{2}$ GeV	2 aimants	3 aimants	électrons diffusés	électrons directs (19)
200					→ 3,21 ± 0,6 %
240			3,20		
				3,105	%
					- 3,5
307,5				3,20	0
				3,06	3,5
400		3,106	3,13		
465	3,125				
500					→ 3,20 ± 0,6 %
565			3,16		
595	3,05				

Valeur moyenne conseillée : D = 3,20 cm par %.

Tableau XV - Dispersion du spectromètre
en cm par %.

IV-2.7 Variation de l'angle solide en fonction de la largeur de l'objet.

J.P. Perez-Y-Jorba, et C. Bétourné ont mesuré, à l'aide d'électrons diffusés à 30° par une cible d'aluminium télécommandée le long de l'axe du faisceau, la variation du taux de comptage en fonction de la position de la tache objet dans le plan transverse.

Les résultats sont représentés figure 58 et mettent en évidence une largeur de cible utile de ± 2 cm sans variation d'angle solide, à condition de délimiter l'angle solide en largeur par une fenêtre en tungstène de 6 cm de large placée sur la fente d'analyse. Cette expérience a été réalisée à 300 MeV/c avec une fente d'analyse ouverte à 4 %.

IV-2.8 Evaluation de la résolution du spectromètre.

Nous n'avons pas envisagé de mesure de résolution, cependant nous pouvons en faire une évaluation d'après les calculs d'aberration du début de la 4ème partie (IV-1.3).

Pour $\gamma = 0$, seule l'aberration en α_i^2 intervient (dans la mesure où le centre de la fente d'analyse est bien le conjugué du point objet à $d_1 = 125$ cm) et nous prendrons comme valeur moyenne $y/\alpha_i^2 = -50$ (cf. tableau IX); d'où le pouvoir de résolution en quantité de mouvement pour une hauteur de tache objet S et une largeur de fente d'analyse S'

$$R = \frac{D}{M_1 S + S' + (y/\alpha_i^2) \alpha_i^2}$$

(nous ne tenons pas compte ici de la courbure de focale image médiane due aux effets de pôles : les rayons plus près des pôles convergent plus vite que les rayons du plan médian, d'où un terme en $\alpha_i \alpha_j$).

Pour $S = 0,1$ cm (ce que l'on obtient facilement avec la déviation 1 GeV), M_1 grandissement linéaire (cf. matrice $\frac{1}{2}$ GeV) égal à 1,09,

$S' = 0,1$ cm, nous aurons :

$R = 10^3$ pour $\alpha_i = \pm 0,05$ (soit 8 cm de hauteur totale de fenêtre à l'entrée, cas habituel).

$R = 450$ pour $\alpha_i = \pm 0,1$ (cas maximum).

Donc, avec une fente d'analyse de 0,3 cm, on devrait être capable théoriquement de séparer 10^{-3} en quantité de mouvement, dans la mesure où l'on a un taux de comptage suffisant et où tous les autres paramètres (induction, etc.) restent stables à mieux que 10^{-3} .

Pour un $\gamma \neq 0$, c'est-à-dire lorsqu'on cherche à évaluer la raideur des bords d'un plateau, le terme en $\alpha_i \gamma$ devient prépondérant et le pouvoir de résolution deviendrait (cf. figure 35) :

$$R = \frac{D}{(y/\alpha_i \gamma) \alpha_i \gamma + (\frac{y}{\alpha_i^2}) \alpha_i^2} \sim 450 \quad \text{pour } \alpha_i = 0,05$$

$$\gamma = 0,03$$

et $R \sim 300$ pour $\alpha_i = 0,1$ et $\gamma = 0,03$.

Comme d'autre part, nous avons constaté à posteriori par l'étalement des images en fonction de γ que les calculs au 2ème ordre étaient optimistes, il semble donc indispensable de considérer ces valeurs de R comme des chiffres maxima.

V - CONCLUSION

La mise au point par étapes nous a permis d'assembler 3 électro-aimants ayant les propriétés magnétiques requises et permettant de réaliser un appareil d'optique électronique correct au 1er ordre. L'influence de la saturation, sans être négligeable, ne se fait pas trop sentir sur les propriétés de triple focalisation de l'ensemble. Seul l'angle solide est assez fortement modifié.

L'accord entre la méthode du fil qui, répétons-le, n'a été possible que grâce à la poulie-balance^(18,30) permettant de travailler avec un point de focalisation intermédiaire, et la méthode du pinceau d'électrons, est en général très bon. Les calculs au 2ème ordre ont permis de retrouver les ordres de grandeur des aberrations.

Un spectre de compteur Cerenkov relevé par R. Tchapoutian⁽²¹⁾ à l'occasion d'une mesure de section efficace de diffusion d'électrons est donné figure 59. Ce spectre permet de juger de l'excellente qualité de ce spectromètre en ce qui concerne le bruit de fond et les coups "mauvais". Nous devons cependant formuler les restrictions suivantes : la tache image est petite et la résolution excellente uniquement pour des angles petits dans le plan médian. Pour des angles plus importants dans le plan radial ($> 0,02$ radian) ou dans le plan transverse ($> 0,01$ radian), les aberrations deviennent assez importantes, aussi bien dans le plan radial (aberration en $\alpha_1 \gamma$: surface image intermédiaire à 45° du plan de la fente d'analyse) que dans le plan transverse (effet de proximité de pôles sur une très grande longueur et influence également de l'inclinaison de la surface image intermédiaire dans le plan radial), ce qui oblige à utiliser un compteur de grande dimension, d'autant plus grand que l'on désire intégrer dans une fente plus large.

Le tableau XVI rassemble tous les résultats et caractéristiques essentiels concernant ce spectromètre.

TABLEAU XVI

SPECTROMETRE 600 MEV A TRIPLE FOCALISATION

Indice théorique	$n = 0,3058$
Rayon théorique moyen	$r_o = 111 \text{ cm}$
Distance entre aimants	$L = 116,5 \text{ cm}$
Distance objet adoptée	$d_1 = 125 \text{ cm}$
Distance image optimum	$d_2 = 115 \text{ cm}$
Hauteur du faisceau à l'entrée par rapport à r_o)	$y_1 = -1 \text{ cm}$
Hauteur de la trajectoire moyenne de sortie par rapport au plancher	$47,5 \text{ cm}$
Dispersion dans le plan de la fente d'analyse	$D = 3,1 \text{ à } 3,2 \text{ cm par } \%$
Résolution maximum	$R = 1000$
Résolution courante	$R = 300$
Angle solide maximum ($\alpha_1 \text{ max} = \pm 0,08$; $\alpha_j \text{ max} = \pm 0,022$) (mesuré à 236 MeV/c)	$\Omega = 8 \cdot 10^{-3} \text{ sr.}$
Angle solide courant (fente de $2 \times 8 \text{ cm}^2$)	$\Omega = 2 \cdot 10^{-3} \text{ sr.}$
Entrefer maximum utilisable	$12,8 \text{ cm}$
Largeur radiale maximum à induction moyenne	30 cm
Largeur des pôles	52 cm
Acceptance en quantité de mouvement	$\pm 3,75 \%$
Dispersion moyenne	$3,20 \text{ cm par } \%$
Hauteur de la tache image à $d_2 = 115 \text{ cm}$, 456 MeV/c	$2 \times 0,11 \times \alpha_1 \times \Delta p/p$
Induction maximum	$B_o = 18250 \text{ gauss}$
Quantité de mouvement maximum	$p_o = 608 \text{ MeV/c}$
Courant maximum	680 ampères
Nombre de tours de chaque bobine	196 spires
Section du conducteur cuivre	carré de $14 \times 14 \text{ mm}$ avec trou carré de 9×9
Résistance totale	$2 \times 0,5 + 0,3 = 1,3 \text{ ohm}$
Puissance électrique consommée	600 kw
Débit de l'eau déminéralisée	$14,5 \text{ m}^3/\text{heure}$ pour les 108° $7 \text{ m}^3/\text{heure}$ pour le 36°
Pression de l'eau à l'entrée	5 kg/cm^2
Poids des aimants	$2 \times 36 \text{ et } 11 \text{ tonnes}$
Fabrication des masses magnétiques et du support	SFAC
Fabrication des bobines	JEUMONT
Alimentation des bobines	$2 \text{ groupes de } 315 \text{ kw (SW)}$
Régulations de courant	Service Electronique, 10^{-4} stabilité 10^{-4} .

D'autre part, ce spectromètre a été utilisé d'une manière tout à fait différente pour un certain nombre d'expériences : il a permis de mettre au point et d'utiliser une méthode de spectrométrie de particules produites par un faisceau de rayons γ sur une cible à l'entrée, en éliminant les particules gênantes de même quantité de mouvement.

Les deux premiers aimants alimentés indépendamment du 3ème isolent les deux groupes de particules; un absorbeur léger, placé au niveau du plan de focalisation intermédiaire, agit différemment sur les vitesses des deux groupes de particules (qui ressortent donc avec des quantités de mouvement inégales). Le dernier aimant alimenté séparément permet alors d'analyser seulement les particules intéressantes.

L'expérience a été réalisée pour détecter les mésons K^+ sans les mésons π^+ de même quantité de mouvement produits dans la photoproduction de mésons K sur le proton et le deutéron. La séparation et la spectrométrie de l'hélium 4 ont également été obtenues pour la photoproduction de mésons π^0 sur l'hélium 4.

Un spectromètre à mésons K va être construit à l'accélérateur sur ce principe; les expériences seront faites avec un faisceau d'électrons de 2,3 GeV/c.

En conclusion de l'analyse des propriétés optiques de ce spectromètre, en particulier de ses défauts, il nous a semblé possible d'envisager trois remèdes :

- 1) Placer deux spectromètres de telle sorte que le plan image intermédiaire, compte tenu de son inclinaison due aux termes du 2ème ordre, soit le même, que l'on vienne de 0 ou de I (figure 3a); ceci ne serait possible que si les deux spectromètres avaient été prévus avec des faces non tronconiques, c'est-à-dire un β supérieur aux valeurs habituelles et un angle V pas trop éloigné de $\pi/2$ (figure 60).

2) Agir sur l'angle du plan image intermédiaire à l'aide de 4 sextupôles placés dans les 4 espaces libres du spectromètre 1 GeV; ce projet est en cours d'étude.

3) Equiper les pôles des deux secteurs de 108° de nappes de courant analogues à celles qui équiperont le spectromètre 1,3 GeV⁽²²⁾ pour maintenir un coefficient du 2ème ordre β annulant le terme en $\alpha_1 \gamma$ au niveau de la fente d'analyse, quelle que soit l'induction : une double focalisation intermédiaire augmenterait l'angle solide; une courbure des faces en regard des 3 aimants pourrait annuler l'effet trapèze. Les calculs s'effectueraient à partir de la matrice complète d'un secteur à gradient; cette matrice contenant les coefficients des termes croisés comporterait 20 lignes et 20 colonnes.

L'aimant pourrait alors avoir les caractéristiques suivantes :

2 secteurs de 125° d'indice 0,56.

1 secteur homogène de 70° .

Distance entre aimants : 86 cm.

Distance objet : 108 cm.

Rayon : 111 cm.

Angle solide : 9.10^{-3} stéradian.

Rayon de courbure de la face de sortie
du premier secteur : + 146 cm.

Rayon de courbure, secteur homogène : - 232 cm.

Une étude détaillée des termes du 2ème ordre, grâce à un programme de calcul contenant la matrice à 20 lignes et 20 colonnes, serait nécessaire pour minimiser les aberrations, compte tenu des rayons de courbure des faces en regard, et éventuellement des deux autres faces.

ANNEXE I

Défauts au 1er ordre pour des aimants imparfaits.

$$\theta \neq 108^\circ, \quad \alpha \neq 36^\circ, \quad n \neq 0,306$$

Si les aberrations, en particulier les termes en $\alpha_i \cdot \frac{\Delta p}{p}$ avaient pu être annulées, il aurait été important que les paramètres ($\theta, \alpha, n, d_1, L$) agissant sur les termes du premier ordre, soient ajustés au mieux pour obtenir une très bonne triple focalisation. C'est pourquoi nous nous sommes efforcés d'assembler des aimants préalablement ajustés, dont les paramètres avaient les valeurs théoriques.

En fait, étant donnée l'importance des termes en $\alpha_i \cdot \frac{\Delta p}{p}$, nous allons voir que les défauts apportés par les termes du premier ordre d'aimants non conformes aux aimants théoriques n'étaient absolument pas gênants, et que, en jouant seulement sur les distances objet et les distances entre aimants non corrigés, nous aurions pu obtenir un spectromètre à triple focalisation de qualité analogue.

I - Influence de θ et α : application numérique pour $\theta = 104^\circ$ et $\alpha = 16^\circ$ ($n = 0,306$).

Les conditions de triple focalisation ont été étudiées dans l'introduction.

Conservons la condition $N_2^T = 0$ de focalisation transverse (ainsi, l'angle solide ne sera pas affecté par la largeur). Nous obtenons $d_1 = 127$ cm. Pour $N_3^R = 0$ (symétrie de l'ensemble), nous aurions $L = 169$ cm, ce qui mécaniquement était irréalisable, et $M_2^R = 43,6$, ce qui donnerait une tache dans le plan de focalisation intermédiaire de 4,36 cm pour $\alpha_1 = 0,1$, résultat inadmissible.

Si nous admettons que $M_2^R < 2$, nous obtenons $L = 120$ cm et $N_3^R = 0,146$. Nous aurions alors une tache de 2 mm pour $\alpha_i = 0,1$, et une dispersion angulaire de 5' par % au niveau du plan de symétrie, ce qui aurait été parfaitement acceptable.

II - Influence de n :

Application numérique $n = 0,28$ ($\theta = 108^\circ$, $\alpha = 18^\circ$).

La condition $N_2^T = 0$ entraîne $d_1 = 135$ cm. Des conditions correctes de fonctionnement seraient obtenues pour $L = 115$ cm avec $M_2^R = 2,8$ et $N_2^R = 0$.

Le défaut entraîné serait une tache de 2,8 mm pour $\alpha_i = 0,1$ radian.

III - Influence de n, θ et α , mais en conservant la condition $\theta\sqrt{1-n} = \frac{\pi}{2}$.

Application numérique : $n = 0,28$ $\theta = 106^\circ$ $\alpha = 17^\circ$.

Ce sont à peu près les conditions réelles auxquelles nous sommes arrivés, dans le cas pessimiste (nous avons remarqué, à l'occasion de la méthode du fil sur les aimants 108° , que l'indice global d'un de ces aimants devait être de l'ordre de 0,29 pour expliquer à la fois la focalisation radiale et la focalisation transverse).

Si nous prenons $d_1 = 125$ cm, nous perdons un peu sur l'angle utile dans le plan transverse, et nous pouvons fonctionner avec $M_2^R = 0$, ce qui entraîne $L = 1,01$ mètre et $N_3^R = 1'40''$ par %.

$N_2^T \neq 0$ entraîne que la distance image transverse est nettement plus élevée : $d_2 = 157$ cm. C'est bien ce que nous observons, mais les angles α_j dans le plan transverse étant assez faibles, le défaut a peu de conséquence (avec $L = 116$ cm, nous aurions $d_2 = 163$ cm).

Nous pouvons donc, d'après le tableau IX, conclure que les 3 aimants auraient pu être montés sans être corrigés, les défauts entraînés

auraient été largement noyés dans les aberrations : le terme en $(y/\alpha_i^2)\alpha_i^2$ est de l'ordre de 5 mm au niveau de la fente d'analyse pour $(\alpha_i = 0,1)$, le terme en $(y/\alpha_i\gamma)\alpha_i\gamma$ est déjà de l'ordre de 5 mm pour $\gamma = 1\%$ et $\alpha_i = 0,1$, alors que les défauts analysés aux paragraphes 1 et 2 de cette annexe n'excèdent pas 3 mm.

ANNEXE II

*Calcul de l'erreur due au poids du fil dans l'étalonnage
par la méthode de l'hodoscope.*

Les équations de départ sont les équations définissant l'équilibre d'un élément de fil ds ; nous supposons que nous suivons le fil depuis T_0 en haut jusqu'à $T_0 - \Delta T$ en bas et que ϕ varie de $\phi < \frac{\pi}{2}$ à $\phi > \frac{\pi}{2}$.

$$B i - \mu g \cos \phi = T/R \text{ (sur la normale)} \quad (1)$$

$$dT = -\mu g \cdot \sin \phi \cdot ds \text{ (sur la tangente)} \quad (2)$$

B : induction au point considéré,

μ : masse du fil par unité de longueur,

i : courant dans le fil,

R : rayon de courbure,

T : tension du fil,

ϕ : angle de la normale à la trajectoire avec la verticale.

Nous allons effectuer le calcul (déjà exposé dans le rapport LAL-1118⁽¹³⁾), en supposant que la nacelle et les poids qui fournissent la tension du fil sont placés en haut du spectromètre, et que par conséquent la tension du fil décroît (équation 2) lorsque l'on suit le fil en descendant dans le spectromètre (figure 37a).

En remarquant dans l'équation (2) que l'on a $ds \cdot \sin \phi = dh$, dh étant la projection de ds sur la verticale, on voit que la variation de tension en traversant un aimant est égale à

$$\Delta T = \mu g h \quad (3)$$

h étant la différence de cote entre le point d'entrée et le point de sortie du fil.

Au 1er ordre, pour un point quelconque, on aura :

$$T = T_{\text{entrée}} - r_o \left[\cos \theta_1 - \cos(\bar{\theta} + \theta_1) \right] \mu g \quad (4)$$

Pour effectuer un étalonnage à une induction moyenne B_o sur r_o par la méthode du fil, en tenant compte d'un terme d'erreur dû au poids, nous pouvons procéder de deux façons différentes :

1) Admettre que la quantité de mouvement est égale à celle donnée par un fil non pesant, d'après (1)

$$p_o = e B_o r_o = e \frac{T_o}{i_o} \quad (5)$$

soit, en unités cohérentes, $p_o (\text{MeV}/c) = 2,998 \cdot B_o (\text{wb}/\text{m}^2) r_o (\text{cm}) = 2,9409 \cdot \frac{T_o}{i_o}$
 i_o en ampères, T_o en grammes, en supposant $g = 9,810 \text{ m.s}^{-2}$, et à condition de mesurer le courant i_o (ou le rapport T_o/i_o) pour lequel le fil à la sortie passe par un point dont les coordonnées seront déduites de la suite de ce calcul; ce point correspondant en réalité à une quantité de mouvement plus petite de $\gamma = \Delta p/p_o$ (figure 37b).

Les distances conjuguées correspondant à p_o seront mesurées avec le même courant i_o , étant entendu que le point image se trouvant sur la même trajectoire au dessus de l'axe de sortie (figure 37b), correspondrait pour un fil non pesant à un point sur l'axe de sortie.

2) Mesurer p_1 avec un fil perpendiculaire à la face de sortie (cas des spectromètres 500 MeV, par exemple) et calculer ensuite le terme γ d'erreur, qui, dans ce cas, serait tel que :

$$p_o = p_1 (1 - \gamma) \quad (6)$$

- soit en travaillant à i_o constant ($T_1 = T_o (1 + \gamma)$)
- soit en travaillant à T_o constant ($i_1 = i_o (1 - \gamma)$);

au 2ème ordre près, ce terme γ est le même que dans la 1ère proposition.

Nous avons en fait, lors de l'étalonnage du spectromètre de la salle 1 GeV, procédé dans un cas un peu plus général, c'est-à-dire que nous avons imposé au fil de passer par un point donné dans le plan de symétrie du secteur de 36° : c'est donc dans ce cas général que nous nous placerons, avec un γ , une cote et un angle de sortie inconnus à priori. La quantité de mouvement sera donc donnée par

$$B_0 r_0 = T_0 (1 + \gamma) / i_0 \quad (7)$$

$$p = 2,9409 T_0 (1 + \gamma) / i_0 \quad (7')$$

(pour $g = 9,810 \text{ ms}^{-2}$; B exprimé en wb.m^{-2} , i en ampère, p en MeV/c).

Nous prendrons des coordonnées polaires d'axe OY et d'angle $\bar{\theta}$; le rayon vecteur sera égal à

$$r = r_0 + \varepsilon$$

Nous ne conserverons que les termes au 1er ordre en γ, ε et μ . Dans ces conditions, le rayon de courbure s'exprime par

$$R \sim \frac{(r_0^2 + 2\varepsilon r_0)^{3/2}}{r_0^2 + 2\varepsilon r_0 - r_0 \cdot \varepsilon''}$$

$$\text{soit} \quad \frac{1}{R} \sim \frac{1}{r_0} \left(1 - \frac{\varepsilon + \varepsilon''}{r_0} \right) \quad (8)$$

$$\text{D'autre part, } \text{tg} V = \frac{r'}{r} \sim \frac{\varepsilon'}{r_0}$$

et comme $\phi = \theta_1 + \bar{\theta} - V$

$$\cos \phi \sim \cos (\theta_1 + \bar{\theta}) + \frac{\varepsilon'}{r_0} \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) \quad (9)$$

En éliminant B d'après

$$B = B_0 \left(1 - n \frac{\varepsilon}{r_0} \right) \quad (10)$$

et θ , R , T , i dans l'équation (1) d'après (9), (8), (4) et (7), nous aurons, pour le cas général (au 1er ordre) du spectromètre à gradient, l'équation différentielle en $\varepsilon(\bar{\theta})$ de la courbe suivie par le fil :

$$\begin{aligned} \varepsilon'' \left[1 - \frac{k}{r_0} (\cos \theta_1 - \cos (\theta_1 + \bar{\theta})) \right] - \varepsilon' \cdot \frac{k}{r_0} \cdot \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) \\ + \varepsilon \left[1 - n - \frac{k}{r_0} (\cos \theta_1 - \cos (\theta_1 + \bar{\theta})) \right] \\ = k \left[2 \cos (\theta_1 + \bar{\theta}) - \cos \theta_1 \right] + \gamma r_0 \quad \text{avec } k = \frac{\mu g r_0^2}{T_0} \end{aligned} \quad (11)$$

En faisant $\mu < 0$ (fil suivi de bas en haut) et $\theta_1 = 0$, nous retrouvons l'équation établie dans le rapport LAL-1118⁽⁷⁾ pour les spectromètres de la salle de cibles 500 MeV (au terme en γ près, qui n'avait pas été envisagé). D'après l'équation (5), l'équation différentielle que nous venons d'établir est valable pour calculer l'écart par rapport à la trajectoire moyenne théorique compte tenu du terme en γ .

En fait, nous savions déjà calculer le terme au 1er ordre en γ , puisqu'il s'agit du terme dispersif que l'on retrouve facilement, en faisant $\mu = 0$; en effet, dans ce cas, il reste :

$$\varepsilon'' + \varepsilon(1 - n) = \gamma r_0$$

dont la solution est

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \cos \bar{\theta} (1 - n)^{1/2} + \varepsilon'_0 (1 - n)^{-1/2} \sin \bar{\theta} (1 - n)^{1/2} + \gamma \frac{r_0}{1 - n} (1 - \cos \bar{\theta} (1 - n)^{1/2}) \quad (12)$$

Nous avons donc à calculer le terme ε d'écart par rapport à une trajectoire $p_0(1 + \gamma)$; pour connaître exactement la position du fil pour un $\bar{\theta}$ donné, nous tiendrons compte éventuellement d'un terme dispersif : ce sera le cas pour le 2ème et le 3ème aimant puisque la tension du fil à l'entrée sera plus faible qu'à l'entrée du premier, cette tension à l'entrée définissant la quantité de mouvement d'étalonnage.

La solution générale peut se mettre sous la forme

$$\varepsilon = (\text{solution de l'équation (11) pour } \mu = 0) + \text{terme en } \mu \quad (13)$$

soit

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \bar{\theta} (1-n)^{1/2} + \varepsilon'_0 (1-n)^{-1/2} \sin \bar{\theta} (1-n)^{1/2} + \gamma \frac{r_0}{1-n} (1 - \cos \bar{\theta} (1-n))^{1/2} + C(\mu, \bar{\theta}) \quad (14)$$

En remplaçant dans l'équation (11), il vient :

$$\begin{aligned} C'' + C(1-n) = & \frac{k}{r_0} \left[-r_0 \cos \theta_1 + 2r_0 \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) + \varepsilon_0 n \cdot \cos \bar{\theta}' \left[\cos \theta_1 \right. \right. \\ & \left. \left. - \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) \right] + \frac{\varepsilon'_0}{\sqrt{1-n}} n \sin \bar{\theta}' \left[\cos \theta_1 - \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) \right] \right. \\ & \left. - \varepsilon_0 \sqrt{1-n} \sin \bar{\theta}' \cdot \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) + \varepsilon'_0 \cos \bar{\theta}' \cdot \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) \right] \\ & + \gamma k \left[\frac{1-n \cos \bar{\theta}'}{1-n} \left[\cos \theta_1 - \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) \right] + \frac{\sin \theta'}{\sqrt{1-n}} \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{avec } \bar{\theta}' = \bar{\theta} \sqrt{1-n}$$

En première approximation, nous négligerons les termes du 2ème ordre, c'est-à-dire le terme en $k\gamma$ et les termes en $\varepsilon_0 k$ et $\varepsilon'_0 k$. Il reste alors l'équation simplifiée :

$$C'' + C(1-n) = k \left[2 \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) - \cos \theta_1 \right] \quad (16)$$

dont la solution générale est

$$C = A \cos \bar{\theta}' + B \sin \bar{\theta}' - k \left[\frac{2 \cos(\theta_1 + \bar{\theta})}{n} + \frac{\cos \theta_1}{1-n} \right] \quad (17)$$

$$C' = - (1-n)^{1/2} A \sin \bar{\theta}' + B (1-n)^{1/2} \cos \bar{\theta}' + 2k \frac{\sin(\theta_1 + \bar{\theta})}{n} \quad (17')$$

A et B seront déterminés par les conditions initiales, c'est-à-dire

$$C = C' = 0 \text{ pour } \bar{\theta} = 0$$

si l'on veut faire coïncider le fil à l'entrée avec une trajectoire théorique, d'où

$$A = k \cos \theta_1 \cdot \frac{2-n}{n(1-n)}$$

$$B = -2k \frac{\sin \theta_1}{n(1-n)^{1/2}}$$

La solution complète au 1er ordre pour les aimants à gradient s'écrira alors

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \bar{\theta}' + \varepsilon'_0 \frac{\sin \theta_1}{\sqrt{1-n}} + \gamma \frac{r_0}{1-n} (1 - \cos \bar{\theta}') + ak \quad (18)$$

avec

$$a = \frac{(2-n) \cos \theta_1 \cos \bar{\theta}' - 2(1-n)^{1/2} \sin \theta_1 \cdot \sin \bar{\theta}' - 2(1-n) \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) - n \cos \theta_1}{n(1-n)}$$

$$\varepsilon' = -\varepsilon_0 (1-n)^{1/2} \cdot \sin \bar{\theta}' + \varepsilon'_0 \cos \bar{\theta}' + \gamma \frac{r_0}{1-n} \sin \bar{\theta}' + bk \quad (18')$$

avec

$$b = \frac{2(1-n)^{1/2} \cdot \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) - 2(1-n)^{1/2} \sin \theta_1 \cos \bar{\theta}' - (2-n) \cos \theta_1 \sin \bar{\theta}'}{n(1-n)^{1/2}}$$

Dans le cas où $n = 0$ ou 1 , les termes a et b dégènèrent. Pour un secteur homogène, on peut alors trouver la solution à l'aide d'un développement limité en considérant n et $n\bar{\theta}$ comme très petits, soit repartir avec l'équation (11) où l'on fait $n = 0$. On trouve dans les deux cas :

$$(\varepsilon)_{n=0} = \varepsilon_0 \cos \bar{\theta} + \varepsilon'_0 \sin \bar{\theta} + \gamma r_0 (1 - \cos \bar{\theta}) + k \left[\bar{\theta} \sin(\theta_1 + \bar{\theta}) + \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) - \cos \theta_1 \right] \quad (19)$$

$$(\varepsilon')_{n=0} = -\varepsilon_0 \sin \bar{\theta} + \varepsilon'_0 \cos \bar{\theta} + \gamma r_0 \sin \bar{\theta} + k \bar{\theta} \cos(\theta_1 + \bar{\theta}) \quad (19')$$

Application au spectromètre à 3 aimants.

Pour calculer l'erreur sur la trajectoire moyenne théorique,

$$\varepsilon_0 = \varepsilon'_0 = \gamma = 0$$

seul le terme en $r_0^2 \frac{\mu}{M}$ est à considérer.

Cette simplification est à envisager seulement pour les spectromètres à un seul aimant : en effet, à l'entrée du deuxième aimant ε et ε' ne sont plus nuls et nous aurons besoin de l'expression générale; de plus, à l'entrée du 2ème aimant, la tension du fil est diminuée du poids de hauteur du fil correspondant (équation (3)), nous aurons donc besoin du terme en γ .

Le calcul d'erreur d'étalonnage par la méthode du fil flottant consiste donc à évaluer la valeur de γ pour laquelle le fil, dont la tension à l'entrée est d'après l'équation (5)

$$T_0 = \frac{i \cdot P_0}{2,941},$$

passé dans le plan de symétrie de l'aimant de 36° par le milieu de la fente ($r_0 = 111$ cm). (La première méthode envisagée, un peu plus simple, consisterait à prendre $\gamma = 0$ dans le premier aimant, $\gamma = \frac{\Delta T}{T_0}$ dans le 2ème, à chercher $r - r_0$ au niveau de la fente et en déduire le γ d'après la dispersion sur la fente; mais cette méthode ne nous permettrait pas de continuer dans le 3ème aimant pour chercher la position du fil dans l'espace image total).

Nous prendrons les notations suivantes :

Entrée de l'aimant $108^\circ/1$	$\varepsilon_1, \varepsilon'_1$
Sortie de l'aimant $108^\circ/1$	$\varepsilon_2, \varepsilon'_2$
Entrée de l'aimant 36°	$\varepsilon_3, \varepsilon'_3$
Plan de symétrie de l'aimant 36°	$\varepsilon_4, \varepsilon'_4$
Sortie de l'aimant 36°	$\varepsilon_5, \varepsilon'_5$
Entrée de l'aimant $108^\circ/2$	$\varepsilon_6, \varepsilon'_6$
Sortie de l'aimant $108^\circ/2$	$\varepsilon_7, \varepsilon'_7$

Pour connaître l'erreur sur l'étalonnage, il faut calculer γ tel que $\varepsilon_4 = 0$. Si on appelle θ l'angle des deux secteurs de 108° et 2α l'angle du secteur de 36° , on aura :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_1(1-n)^{-1/2} + \gamma r_o/(1-n) + a_1 k \quad (20)$$

$$\varepsilon'_2 = -\varepsilon_1(1-n)^{1/2} + \gamma r_o/(1-n)^{1/2} + b_1 k \quad (20')$$

avec $k = r_o^2 \mu/M$

(M masse de la nacelle + masse dans la nacelle).

$$a_1 = \frac{n(2 \cos \theta - 1) - 2 \cos \theta}{n(1-n)} \quad (= 0,632)$$

$$b_1 = \frac{2 \sin \theta}{n} + \frac{n-2}{n(1-n)^{1/2}} \quad (= - 0,433)$$

A l'entrée du secteur de 36°

$$\varepsilon_3 = - (\varepsilon_2 + L\varepsilon'_2/r_o)$$

$$\varepsilon'_3 = - \varepsilon'_2$$

(au 2ème ordre on aurait $\varepsilon'_3 = - \varepsilon'_2 \frac{r_o + \varepsilon_3}{r_o + \varepsilon_2}$)

Dans le plan de symétrie

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_3 \cos \alpha - \varepsilon'_2 \sin \alpha + r_o (1 - \cos \alpha)(\gamma - \Delta T_1/T_o) + k(\alpha + \cos \theta) \quad (21)$$

$$\varepsilon'_4 = - \varepsilon_3 \sin \alpha - \varepsilon'_2 \cos \alpha + r_o \sin \alpha (\gamma - \Delta T_1/T_o) \quad (21')$$

avec

$$\Delta T_1/T_o = \frac{\mu}{M} \left[r_o(1 - \cos \theta) + L \sin \theta \right] = 255,7 \frac{\mu}{M}$$

(unité de longueur : cm).

Nous calculerons γ lorsque $\varepsilon_1' = \varepsilon_4 = 0$ et $\varepsilon_1 = -1$ cm (voir plus loin : ce sont les conditions dans lesquelles nous réaliserons l'étalonnage).

En éliminant ε_2 et ε_2' entre (20) (20') et (21), il reste, tous calculs effectués :

$$\gamma = - \frac{8,4 \cdot 10^{-3}}{M} + 0,34 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon_1 - 0,32 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon_4 \quad (22)$$

Dans le cas théorique où $\varepsilon_1 = \varepsilon_4 = 0$, l'erreur introduite par le poids du fil est donc parfaitement négligeable si nous entrons dans le spectromètre à $r_0 + \tau = 111,8$ cm, c'est-à-dire $\varepsilon_1 = 0$, puisque même pour une tension du fil de l'ordre de 100 grammes, l'erreur n'excède pas 10^{-4} ; l'angle du fil $(\alpha_1')_4$ sera compris entre 8 et $4 \cdot 10^{-4}$ radian, ce qui sera à peine perceptible sur l'équerre optique, mais pourra en partie expliquer les écarts de valeurs du courant des bobines auxiliaires entre l'étalonnage du demi-spectromètre et du spectromètre entier (cf. IV.2.1).

Malheureusement, le réalignement de l'accélérateur nous a amenés à effectuer l'étalonnage du spectromètre en entrant à 110,8 cm, soit en tenant compte de la translation, à $\varepsilon_1 = -1$ cm. De plus, il s'est avéré ultérieurement que le centre de la fente d'analyse était décalé de 3 mm environ vers les cotes ε_4 négatives, soit $\varepsilon_4 = -0,3$. Le terme d'erreur dans le cas réel sera donc égal à

$$\gamma = - \frac{8,4 \cdot 10^{-3}}{M} - 0,24 \cdot 10^{-2}$$

L'écart essentiel étant dû non au poids du fil mais à l'écart imposé par la géométrie de l'appareil par rapport à la T.M.T. En fait, cet écart que l'accélérateur nous impose par rapport à la T.M.T. n'est pas gênant, puisque nous effectuons un étalonnage relatif.

La quantité de mouvement réelle des électrons passant par le

centre de la fente et suivant l'axe optique serait

$$p_o = 2,941 \cdot T_o / i_o (1 - 0,24 \cdot 10^{-2})$$

Par contre, dans l'espace image du spectromètre entier, les valeurs de ϵ_7 et ϵ_7' sont très importantes; en effet, en poursuivant le calcul à la sortie du secteur de 36° , nous aurons :

$$\begin{aligned} \epsilon_5 = \epsilon_3 \cos 2\alpha - \epsilon_2' \sin 2\alpha + (\gamma - \Delta T_1 / T_o)(1 - \cos 2\alpha) \\ + 2k(\alpha \sin \theta + \cos \theta) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_5' = -\epsilon_3 \sin 2\alpha - \epsilon_2' \cos 2\alpha + \gamma (\gamma - \Delta T_1 / T_o) r_o \sin 2\alpha \\ + 2k\alpha \cos \theta \end{aligned} \quad (23')$$

et à la sortie du dernier aimant

$$\epsilon_7 = -\frac{\epsilon_5'}{\sqrt{1-n}} + (\gamma - \Delta T_2 / T_o) \frac{r_o}{1-n} + ka_2 \quad (24)$$

$$\epsilon_7' = (\epsilon_5 + \frac{L}{r_o} \epsilon_5') \sqrt{1-n} + (\gamma - \frac{\Delta T_2}{T_o}) \frac{r_o}{\sqrt{1-n}} + kb_2 \quad (24')$$

avec

$$a_2 = \frac{2(1-n)^{1/2} \left[(1-n)^{1/2} - \sin \theta \right] + n \cos \theta}{n(1-n)} = -1,35$$

$$b_2 = \frac{(2-n) \cos \theta}{n(1-n)^{1/2}} = -2,09$$

$$\Delta T_2 / T_o = 434,8 \frac{\mu}{M} \quad (\text{unité de longueur : le centimètre}).$$

Ces équations ont fait l'objet d'un programme à la machine

à calculer CAB 500; ce programme permet de calculer au 1er ordre toute trajectoire décrite par un fil pesant dans le spectromètre à 3 aimants.

On peut mettre ε_7 sous la forme

$$\varepsilon_7 = A \varepsilon_1 + B \varepsilon'_1 + D\gamma + G\mu$$

$$\varepsilon'_7 = A' \varepsilon_1 + B' \varepsilon'_1 + D'\gamma + G'\mu$$

et remarquer que pour $\varepsilon_1 = \frac{d_1}{r_0} \varepsilon'_1$

(d_1 distance objet), le calcul de la distance image d_2 conduira à la même valeur de d_2 ; qu'il y ait ou non des termes en γ et μ (par ailleurs, D et D' sont nuls); seule sera modifiée la hauteur de l'image au dessus de l'axe (voir partie expérimentale).

Ce raisonnement n'est plus valable si nous introduisons des termes du 2ème ordre en $\varepsilon\mu$, $\varepsilon'\mu$ et $\gamma\mu$. Ce calcul est possible à partir de l'équation (15); le terme en $\gamma\mu$ doit modifier de façon sensible le terme en $\theta\gamma$ dont le rôle sur les distances images a été analysé plus haut.

ANNEXE III

Calcul des coefficients des matrices du spectromètre.

I - Secteur à gradient.

Dans le cas général d'un secteur à gradient d'angle θ , d'indice n et avec un coefficient du 2ème ordre β , nous posons

$$\theta' = \theta \sqrt{1-n} \quad \text{et} \quad X = \frac{2(n - \beta)}{1-n}$$

$$t_1 = \operatorname{tg} \beta_1 \quad \text{et} \quad t_2 = \operatorname{tg} \beta_2$$

Les termes de la matrice ont les expressions suivantes (en négligeant les termes au 2ème ordre en $t_i t_j$ et $\frac{t_i}{r_j}$):

$$A = \cos \theta' + t_1 \sin \theta' (1-n)^{-1/2}$$

$$B = r_0 \sin \theta' \cdot (1-n)^{-1/2}$$

$$C = r_0 (1 - \cos \theta') (1-n)^{-1}$$

$$D = -\frac{1}{r_0} \left[(1-n)^{1/2} (1-t_1 t_2 (1-n)^{-1}) \sin \theta' - (t_1 + t_2) \cos \theta' \right]$$

$$E = \cos \theta' + t_2 \sin \theta' (1-n)^{-1/2}$$

$$F = \sin \theta' (1-n)^{-1/2} + t_2 (1 - \cos \theta') (1-n)^{-1}$$

$$A_y = (y_2/y_1^2) = \frac{1}{6r_o} \left[X(1 - \cos \theta') + (X-3) \sin^2 \theta' \right] \\ + \frac{t_1}{r_o} \left[\frac{X \sin \theta' - (X-3) \sin \theta' \cos \theta'}{3(1-n)^{1/2}} - \frac{n \sin \theta'}{(1-n)^{1/2}} \right] \\ + \frac{\sin \theta'}{2r_1(1-n)^{1/2}}$$

$$A_\alpha = (y_2/\alpha_1^2) = r_o \left[(X-3) \cos^2 \theta' - (2X-3) \cos \theta' + X \right] / 6(1-n)$$

$$A_\gamma = (y_2/\gamma^2) = r_o \left[(X-3) \sin^2 \theta' + 4X(1 - \cos \theta') - 3(X-n)\theta' \cdot \sin \theta' \right] / 6(1-n)^2$$

$$A_{y\alpha} = (y_2/y_1\alpha_1) = \left[X \sin \theta' - (X-3) \sin \theta' \cos \theta' \right] / 3(1-n)^{1/2} \\ + t_1 \left[(X-3) \cos^2 \theta' - (2X-3) \cos \theta' + X \right] / 3(1-n)$$

$$A_{y\gamma} = (y_2/y_1\gamma) = \frac{-2(X-3) \sin^2 \theta' - 2X(1-\cos \theta') + 3(X-n) \theta' \cdot \sin \theta'}{6(1-n)} \\ + t_1 \left[\left[2(X-3) \sin \theta' \cos \theta' + (X-3n+6)\sin \theta' - 3(X-n) \theta' \cos \theta' \right] / 6(1-n)^{3/2} \right. \\ \left. - \sin \theta' / (1-n)^{1/2} \right]$$

$$A_{\alpha\gamma} = (y_2/\alpha_1\gamma) = r_o \left[2(X-3)\sin \theta' \cos \theta' + (X-3n+6)\sin \theta' - 3(X-n)\theta' \cos \theta' \right] / 6(1-n)^{3/2}$$

$$B_y = (\alpha_1'/y_1^2) = (1-n)^{1/2} \cdot X \sin \theta' (2 \cos \theta' + 1) / 6r_o^2 \\ + t_1 \left[X(2 \sin^2 \theta' + \cos \theta' - 1) / 3 - n \cos \theta' \right] / r_o^2 \\ + t_2 \left[\left[X(1-\cos \theta') + (X-3)\sin^2 \theta' \right] / 6 - n \cos^2 \theta' \right] / r_o^2 \\ + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\cos \theta'}{2r_o} + \frac{1}{r_2} \cdot \frac{\cos^2 \theta'}{2r_o}$$

$$\begin{aligned} B_{\alpha} &= (\alpha'_i / \alpha_i^2) = \sin \theta' \left[-2X \cos \theta' + 2X - 3 \right] / 6(1-n)^{1/2} \\ &+ t_2 \left[\left[(X-3) \cos^2 \theta' - (2X-3) \cos \theta' + X \right] / 6(1-n) - n \sin^2 \theta' / (1-n) \right] \\ &+ \frac{1}{r_2} \cdot \frac{r_0 \sin^2 \theta'}{2(1-n)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{y\alpha} &= (\alpha'_i / y_1 \alpha_i) = X \left[2 \sin^2 \theta' + \cos \theta' - 1 \right] / 3r_0 \\ &+ t_1 \sin \theta' \left[-2X \cos \theta' + 2X - 3 \right] / 3r_0 (1-n)^{1/2} \\ &+ t_2 \sin \theta' \left[X - (X+6n-3) \cos \theta' \right] / 3r_0 (1-n)^{1/2} \\ &+ \frac{1}{r_2} \cdot \frac{\sin \theta' \cos \theta'}{(1-n)^{1/2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_Y &= (\alpha'_i / \gamma^2) = \left[2X \sin \theta' \cos \theta' + (X+3n-6) \sin \theta' - 3(X-n) \theta' \cos \theta' \right] / 6(1-n)^{3/2} \\ &+ t_2 \left[\frac{(X-3) \sin^2 \theta' + 4X(1-\cos \theta') - 3(X-n) \theta' \sin \theta' - 6n(1-\cos \theta')^2 - 6(1-n)(1-\cos \theta')}{6(1-n)^2} \right] \\ &+ \frac{1}{r_2} \cdot \frac{r_0 (1-\cos \theta')^2}{2(1-n)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{yY} &= (\alpha'_i / y_1 \gamma) = \left[-4X \sin \theta' \cos \theta' + (X-3n+6) \sin \theta' + 3(X-n) \theta' \cos \theta' \right] / 6r_0 (1-n)^{1/2} \\ &+ t_1 \left[\left[-4X \sin^2 \theta' + 2X(1-\cos \theta') + 3(X-n) \theta' \sin \theta' \right] / 6(1-n) - \cos \theta' \right] / r_0 \\ &+ t_2 \left[\left[-2(X-3) \sin^2 \theta' - 2X(1-\cos \theta') + 3(X-n) \theta' \sin \theta' \right] / 6(1-n) \right. \\ &\quad \left. - 2n \cos \theta' (1-\cos \theta') / (1-n) - \cos \theta' \right] / r_0 \\ &+ \frac{1}{r_2} \cdot \frac{\cos \theta' (1 - \cos \theta')}{1-n} \end{aligned}$$

$$B_{\alpha\gamma} = (\alpha'_i/\alpha_i\gamma) = \left[-4X \sin^2\theta' + 2X(1-\cos\theta') + 3(X-n)\theta' \sin\theta' \right] / 6(1-n) \\ + t_2 \left[2(X-3) \sin\theta' \cos\theta' + (X-3n+6) \sin\theta' - 3(X-n)\theta' \cos\theta' \right. \\ \left. - 12n \sin\theta'(1-\cos\theta') - 6(1-n) \sin\theta' \right] / 6(1-n)^{3/2} \\ + \frac{1}{r_2} \cdot \frac{r_o \sin\theta'(1-\cos\theta')}{(1-n)^{3/2}}$$

II - Matrice jusqu'au niveau de la surface image intermédiaire :
termes du 2ème ordre.

$$M_4 = y/y_1^2 = A'(A_y + B_y L) + B'B_y + A'_y D^2 L^2 + A'_y D^2 + A'_{y\alpha} D^2 L \\ M_5 = y/\alpha_i^2 = A'(A_y d_1^2 + A_\alpha + A_{y\alpha} d_1) + (B_y d_1^2 + B_\alpha + B_{y\alpha} d_1)(A'L + B') \\ + A'_y (B + Dd_1 L)^2 + A'_\alpha D^2 d_1^2 + A'_{y\alpha} (D^2 d_1^2 L + BDd_1) \\ M_6 = y/\gamma^2 = A'(A_\gamma + B_\gamma L) + B'B_\gamma + A'_\gamma (C + FL)^2 + A'_\alpha F^2 + A'_\gamma \\ + A'_{y\alpha} F(C + FL) + A'_{y\gamma} (C + FL) + A'_{\alpha\gamma} F \\ M_7 = y/y_1 \alpha_i = A' \left[A_{y\alpha} + 2d_1(A_y + B_y L) + B_{y\alpha} L \right] \\ + B'(2B_y d_1 + B_{y\alpha}) + 2 A'_y LD(DLd_1 + B) \\ + 4A'_\alpha D^2 d_1 + A'_{y\alpha} D(2DLd_1 + B) \\ M_8 = y/y_1 \gamma = A'(A_{y\gamma} + B_{y\gamma} L) + B'B_{y\gamma} + 2 A'_y DL(FL + C) \\ + 2 A'_\alpha DF + A'_{y\alpha} D(2 FL + C) + A'_{y\gamma} DL + A'_{\alpha\gamma} D \\ M_9 = y/\alpha_i \gamma = A' \left[A_y d_1 + A_{\alpha\gamma} + (B_{y\gamma} d_1 + B_{\alpha\gamma})L \right] + B'(B_{y\gamma} d_1 + B_{\alpha\gamma}) \\ + 2 A'_y (CB + L^2 Dd_1) + L(CDd_1 + BF) + 2 A'_\alpha FDd_1 \\ + A'_{y\alpha} (2 FLd_1 + CDd_1 + BF) \\ + A'_{y\gamma} (B + Dd_1 L) + A'_{\alpha\gamma} Dd_1$$

Posons

$$r'_0 = r_0 (1-n)^{-1/2}$$

Nous aurons (cf. paragraphe IV. 1. 3) :

$$M_2 = y/\alpha_1 = \cos \bar{\alpha} (r'_0 - d_1 L/r'_0) - d_1 (1-n)^{1/2} \cdot \sin \bar{\alpha}$$

$$M_3 = y/\gamma = \left[\cos \bar{\alpha} (r'_0 + L) + r \sin \bar{\alpha} - r_0 (1-n)^{1/2} (1 - \cos \bar{\alpha}) \right] (1-n)^{-1/2}$$

$$\begin{aligned} M_9 = & \cos \bar{\alpha} \left[A_{y\gamma} d_1 + A_{\alpha\gamma} + L(B_{y\gamma} d_1 + B_{\alpha\gamma}) \right] + r_0 \sin \bar{\alpha} (B_{y\gamma} d_1 + B_{\alpha\gamma}) \\ & - \frac{\sin^2 \bar{\alpha}}{r_0 (1-n)^{1/2}} \left[r'^2_0 - L^2 \frac{d_1}{r'_0} + L(r'_0 - d_1) \right] \\ & - d_1 \cos \bar{\alpha} (1 - \cos \bar{\alpha}) + \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\alpha} \left[\frac{r_0}{1-n} - 2 L d_1 / r_0 - d_1 (1-n)^{-1/2} \right] \\ & + \sin^2 \bar{\alpha} (r'_0 - d_1 L/r'_0) - d_1 \sin \bar{\alpha} (1 - \cos \bar{\alpha}) (1-n)^{1/2} \end{aligned}$$

Pour le secteur à gradient de 108° , n voisin de la valeur théorique,

$$A_{y\gamma} = \frac{6 - 4X + 3(X-n)\pi/2}{6(1-n)}$$

$$B_{y\gamma} = \frac{X - 3n + 6}{6 r_0 (1-n)^{1/2}}$$

$$A_{\alpha\gamma} = \frac{r_0 (X - 3n + 6)}{6(1-n)^{3/2}}$$

$$B_{\alpha\gamma} = \frac{X(4 - 3\pi/2) + 3\pi n/2}{6(1-n)}$$

III - Première ligne de la matrice du spectromètre à 3 aimants.

$$\mu_1 = G = y_2/y_1 = Dd_2(A'DL + B'D) + D(B + DLd_2)(D'L + E')$$

$$\mu_2 = y_2/\alpha_i = Dd_2 \left[A' (B + Dd_1 L) + B' Dd_1 \right] + (B + DLd_2) \left[D' (B + Dd_1 L) + E' Dd_1 \right]$$

Ce terme est nul pour $d_1 = d_2 = 116,5$ cm (focalisation au 1er ordre).

$$\begin{aligned} \mu_3 = y_2/\gamma &= Dd_2 \left[A' (C + FL) + B' F + C' \right] \\ &+ (B + DLd_2) \left[(D' (C + FL) + E' F + F') \right] + C + Fd_2 \\ &= C_1 d_2 + C_2 \end{aligned}$$

C_1 et C_2 sont nuls (système afocal en énergie).

$$\begin{aligned} \mu_5 = y_2/\alpha_i^2 &= Dd_2 M_5 + (B + DLd_2) N_5 + (A_y + B_y d_2) \\ &\left[A' (B + DLd_1) + B' Dd_1 \right]^2 + \left[A_y L^2 + A_\alpha + A_{y\alpha} L \right. \\ &\left. + (B_y L^2 + B_\alpha + B_{y\alpha} L) d_2 \right] \left[D' (B + DLd_1) + E' Dd_1 \right]^2 \\ &+ \left[A_{y\alpha} + 2L(A_y + B_y d_2) + B_{y\alpha} d_2 \right] \left[A' D' (B + DLd_1)^2 \right. \\ &\left. + B' E' D^2 d_1^2 + (A' E' + B' D') (D d_1 L + B) Dd_1 \right] \\ \text{avec } N_5 &= D' \left[A_y d_1^2 + A_\alpha + A_{y\alpha} d_1 + (B_y d_1^2 + B_\alpha + B_{y\alpha} d_1) L \right] + B'_\alpha D^2 d_1^2 \\ &+ E' (B_y d_1^2 + B_\alpha + B_{y\alpha} d_1) \end{aligned}$$

L'expression de M_5 a été donnée plus haut.

$$\begin{aligned} \mu_6 = y_2/\gamma^2 = Dd_2M_6 + (B + DLd_2) N_6 + (A_y + Byd_2) \left[A'(C + FL) \right. \\ \left. + B'F + C' \right]^2 + \left[A_y L^2 + A_\alpha + A_{y\alpha} L + (B_y L^2 \right. \\ \left. + B_\alpha + B_{y\alpha} L)d_2 \right] \left[D'(C + FL) + E'F + F' \right]^2 \\ + (A_y + B_y d_2) + \left[A_{y\alpha} + 2L(A_y + B_y d_2) + B_{y\alpha} d_2 \right] \\ \left[A'D'(C + FL)^2 + B'E'F^2 + C'F' \right. \\ \left. + F(A'E' + B'D')(C + FL) + (A'F' + C'D')(C + FL) \right. \\ \left. + (B'F' + E'C')F \right] + (A_y + B_{yY} d_2) \left[C' + A'(C + FL) \right. \\ \left. + B'F \right] + \left[A_{yY} L + A_{\alpha Y} + (B_{yY} L + B_{\alpha Y})d_2 \right] \\ \left[F' + D'(C + FL) + E'F \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } N_6 = D'(A_y + B_y L) + E'B_y + B'_\theta F^2 \\ + B'_y + B'_{yY} (C + FL) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_9 = y_2/\alpha_1 \gamma = D d_2 M_9 + (B + DLd_2) N_9 \\ + 2(A_y + B_y d_2) \left[A'(B + Dd_1 L) + B'Dd_1 \right] \\ \left[A'(C + FL) + B'F + C' \right] + 2 \left[A_y L^2 + A_\alpha + A_{y\alpha} L \right. \\ \left. + (B_y L^2 + B_\alpha + B_{y\alpha})d_2 \right] \left[D'(B + Dd_1 L) + E'Dd_1 \right] \\ \left[D'(C + FL) + E'F + F' \right] \\ + \left[A_{y\alpha} + 2L(A_y + B_y d_2) B_{y\alpha} d_2 \right] \left[\left[A'(B + Dd_1 L) + B'Dd_1 \right] \right. \\ \left[D'(C + FL) + E'F + F' \right] + \left[A'(C + FL) + B'F + C' \right] \\ \left[D'(Dd_1 L + B) + E'Dd_1 \right] + (A_{yY} + B_{yY} d_2) \\ \left[A'(B + Dd_1 L) + B'Dd_1 \right] + \left[A_{y\delta} L + A_{\alpha\delta} \right. \\ \left. + (B_{yY} L + B_{\alpha Y})d_2 \right] \left[D'(B + Dd_1 L) + E'Dd_1 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } N_9 = D' \left[A_{yY} d_1 + A_{\alpha Y} + (B_{y\delta} d_1 + B_{\alpha Y})L \right] \\ + E'(B_{yY} d_1 + B_{\alpha Y}) + 2B'_\alpha F Dd_1 + B'_{yY} (B + DLd_1) \end{aligned}$$

NOTATIONS

$A B C D E F, A' B' C' D' E' F'$: termes du 1er ordre de la matrice d'un secteur à gradient, d'un secteur homogène.

$A_y, A_{\alpha}, A_{\gamma}, A_{\gamma\alpha}, A_{\gamma\gamma}, A_{\alpha\gamma}, B_y \dots$ termes du 2ème ordre de la matrice d'un secteur à gradient.

α Angle du secteur homogène.

$\bar{\alpha}$ Angle courant dans le secteur homogène.

α_i, α'_i Angles d'incidence et d'émergence dans le plan médian.

α_j, α'_j Angles d'incidence et d'émergence dans le plan transverse.

B, B_0 Induction magnétique dans un secteur, sur la T.M.T.

β_1, β_2 Angle des faces magnétiques fictives à l'entrée et la sortie d'un secteur (également : θ_1, θ_2).

β Coefficient du 2ème ordre de $B = f(r - r_0)$.

γ $\Delta p/p$.

d_1, d_2 Distance objet, image.

D Dispersion.

δ Distance de l'objet au plan radial

$\epsilon, \epsilon', \epsilon''$ $r - r_0$ dans le calcul du terme d'erreur dû au poids du fil et ses dérivées première et seconde.

h Dimension de la tache image dans le plan médian.

- H Translation entre les aimants 1 et 2 (ou 2 et 3).
- i Courant dans le fil flottant.
- k $r_o^2 \mu g / T_o = r_o^2 \mu / M$
- ℓ Dimension de la tache image dans le plan transverse.
- L Distance entre aimants.
- M Masse dans la nacelle + masse de la nacelle (fil flottant).
- M_{1S2} Matrice d'un secteur à gradient avec espace objet et espace image. (2ème ordre).
- $M_{1/2}$ Matrice moitié (espace objet + 108° + L + 18°).
- $M_1 \text{ à } M_9, N_1 \text{ à } N_9$ Termes de la matrice moitié (2ème ordre, plan médian).
- μ Masse du fil par unité de longueur
- n Indice du secteur à gradient.
- $\mu_1 \text{ à } \mu_9$ Termes de la 1ère ligne de la matrice totale (3 aimants) au 2ème ordre (plan radial).
- R Rayon de courbure local de la trajectoire.
- r_o Rayon de la T.M.T.
- r Rayon-vecteur d'un point courant.
- r_1, r_2 Rayons de courbures des faces magnétiques fictives à l'entrée et à la sortie.
- T, T_o Tension du fil flottant.

T.M.T.	Trajectoire moyenne théorique (supposée être un cercle de rayon r_0 , centré au centre géométrique du secteur).
θ_1	Angle entre la verticale et le rayon vecteur d'entrée (Annexe II).
$\theta, \bar{\theta}$	Angle du secteur à gradient, angle courant.
θ', θ''	$\theta\sqrt{1-n}$ et $\theta\sqrt{n}$.
θ_1, θ_2	Voir β_1, β_2 .
t_1, t_2	$= \operatorname{tg} \beta_1, \operatorname{tg} \beta_2$.
τ	Translation de la trajectoire dans le champ de fuite.
u	Angle de la surface image avec l'axe de sortie d'un secteur.
V	1) Angle de la surface intermédiaire avec le plan de la fente d'analyse; 2) Angle de la normale à la trajectoire en coordonnées polaires (calcul poids du fil).
X	$2(n - \beta)/(1-n)$
x	Abscisse dans l'espace image ($x = 0$ sur la face de sortie).
y	Ordonnée dans les espaces libres, dans le plan radial (médián), (y_1 à l'entrée, y_2 à la sortie). ($y = 0$ sur l'axe).
z	Distance au plan radial d'un point d'une trajectoire (espace libre ou secteur).
ϕ	Angle entre la verticale et la normale à ^{la} trajectoire (calculs poids du fil).
Φ	Flux d'induction magnétique dans un électro-aimant.

REFERENCES

- (1) F. LACOSTE. "Etude de la Diffusion d'Electrons de 150 MeV sur l'Oxygène 18". Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences d'Orsay, (Avril 1962).
- (2) H. BRUCK. "A very General Expression for the Dispersion of a Magnetic or Electrostatic Deflecting Field Sector", Electromagnetically Enriched Isotopes and Mass Spectrometry; Butterworths Scientific Publications, London, 1956.
- (3) J.F. STREIB. "Design Considerations for Magnetic Spectrometers", HEPL Report No 104, High Energy Physics Laboratory, Stanford University, California (1960).
- (4) R.A. ALVAREZ, K.L. BROWN, W.K.H. PANOFSKY and C.R. ROCKHOLD, - HEPL - "Double Focusing Zero Dispersion Magnetic Spectrometer", The Review of Scientific Instruments, 31, 5 (Mai 1960).
- (5) P. BOUNIN - Travaux non publiés, 1959.
- (6) B. MILMAN. "Aimants, Spectromètres et Appareillages de Détection utilisés"; l'Onde Electrique, 421 (Avril 1962) et rapport LAL-1023 (Ecole Normale Supérieure, Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, Orsay, 1962).
- (7) S. PENNER. "Calculations of Properties of Magnetic Deflection Systems", The Review of Scientific Instruments, 32, 150 (1961).
- (8) G.I. ALON. "Electronique Associée aux Instruments de Mesure", l'Onde Electrique, 421 (Avril 1962) et rapport LAL-1027, E.N.S., Lab. de l'Accélérateur Linéaire, Orsay 1962).
- (9) P. BOUNIN. "Deflection Electrostatique" - Diplôme d'Etudes Supérieures, Faculté des Sciences de Paris (1954).
- (10) A. SEPTIER. "Sur le Champ de Fuite des Défecteurs Magnétiques, Forme des Faces Magnétiques, Corrections des Aberrations", Rapport CERN-59/1 (Décembre 1958).

- (11) R. BELBEOCH, P. BOUNIN et G. PROCA. "Sur la Modification des Propriétés des Aimants Produite par les Effets de Bord. Cas des Aimants à Champ Uniforme et à Gradient de Champ". Le Journal de Physique et le Radium, 21, 489 (Mai 1960).
- (12) R. BELBEOCH et P. BOUNIN. "Note sur l'Application des Méthodes Matricielles au Calcul des Effets de Bord dans les Aimants", Rapport LHE-5, Laboratoire des Hautes Energies, Orsay (Octobre 1959).
- (13) J. DUPIN. "Mesures Magnétiques et Détermination des Caractéristiques Optiques des Deux Spectromètres 500 MeV de l'Accélérateur Linéaire d'Orsay", Rapport LAL-1118, E.N.S., Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, Orsay (Octobre 1964).
- (14) G. PROCA. "Contributions à l'Etude des Secteurs Magnétiques à Champ Inhomogène, Application au Spectromètre de la Salle d'Expériences 250 MeV", Thèse de Doctorat 3ème cycle, Faculté des Sciences de l'Université de Paris (1961).
- (15) K.L. BROWN, R. BELBEOCH and P. BOUNIN. "First-and-Second-Order Magnetic Optics Matrix Equations for the Midplane of Uniform-Field Wedge Magnets", The Review of Scientific Instruments, 35, 4 (Avril 1964).
- (16) H.A. TASMAN. "Ion Optics of Mass Spectrometers with Virtually Enlarged Radius", Thèse de l'Université de Leiden (Hollande), (Oct. 1961).
- (17) W. GLASER. "Elektronen und Ionenoptik", Handbuch der Physik, XXXIII.
- (18) P. BOUNIN et B. MILMAN. "Improvement in the Floating Wire Method", R.S.I., 34, 1448 (Décembre 1963).
- (19) A. BROWMAN, B. GROSSETETE and D. YOUNT. "Scattering of 150 and 300 MeV Positrons and Electrons from Bismuth", Rapport LAL-1142, Ecole Normale Supérieure, Lab. de l'Accélérateur Linéaire, Orsay (Septembre 1965).
- (20) A. BROWMAN, B. GROSSETETE et D. YOUNT. Communication privée (Sept. 1965).
- (21) R. TCHAPOUTIAN. "Détermination des Facteurs de Forme Electrique et Magnétique du Proton aux Quadritransferts d'Impulsion $q^2 = 8,0 \text{ F}^{-2}$, $q^2 = 10,2 \text{ F}^{-2}$ ", Thèse de Doctorat (3ème Cycle),
- (22) B. BOUTOUYRIE et P. FARDEAU. "Etude de Circuits Correcteurs pour un Spectromètre 1,3 GeV", J. de Physique Appliquée, 26, 27A (Janv. 1964) et rapport LAL-1104, E.N.S. Lab. de l'Accélérateur Linéaire, Orsay (Mai 1964).

- (23) H. WOLLNIK and H. EWALD. "The Influence of Magnetic and Electric Ringing Fields on the Trajectories of Charged Particles". Nuclear Instruments and Methods, 36 (1965) 93-104.
- (24) J. LOEB. Comptes Rendus Académie des Sciences, Paris, 222, 488 (1946).
- (25) R.N. CARLILE. HEPL 33, Stanford University (1957).
- (26) A. CITRON, F.J.M. FARLEY, E.G. MICHAELIS et H. ØVERAS. CERN 59-8, Synchrocyclotron Division (1959).
- (27) L.G. RATNER et R.J. LARI, ANL, Proceedings of the Int. Symposium on Magnet Technology, III. Measurements, p. 497 (SLAC, Sept. 1965).
- (28) O. CHAMBERLAIN. "Optics of High-Energy Beams". Annual Review of Nucl. Science, 10, 171 (1960).
- (29) Th. LEHMANN. "Détermination Graphique des Champs Magnétiques, Laplaceiens et Tourbillonnaires à Lignes de Flux Planes". Revue Générale de l'Electricité. 15 Sept. 1923, p. 347.
- (30) P. BOUNIN et B. MILMAN. "Note sur la Poulie-Balance pour l'Etude des Spectromètres". R.I. 66-1, Accélérateur Linéaire, Orsay (Mai 1966).

TABLE DES FIGURES

Fig. 1	Efficacité des trajectoires dans un compteur Cerenkov.
Fig. 2	Spectromètre à triple focalisation de Stanford.
Fig. 3	Spectromètre à triple focalisation d'Orsay; a) Optique b) Mécanique c) Coupe d'un électro-aimant d) Tracé de Lehmann.
Fig. 4 et 5	Champ de bord des secteurs de 108° .
Fig. 6 et 7	Aspect du champ de bord d'un secteur de 108° , plan radial et plan transverse.
Fig. 8	Courbes radiales des secteurs de 108° .
Fig. 9	Courbes radiales normées (avant corrections).
Fig. 10	Variation de n et β avec l'induction.
Fig. 11	Variation de n dans le champ de bord.
Fig. 12	Caractéristique de rupture du fil.
Fig. 13	Distances conjuguées et foyer chromatique dans un secteur de 108° .
Fig. 14	Secteur équivalent, trajectoire moyenne théorique, axe optique.
Fig. 15	Expérience du pinceau d'électrons.
Fig. 16	Angles solides.
Fig. 17	Aberrations en α_j^2 et $\alpha_i \alpha_j$.
Fig. 18	Plaquettes de corrections des secteurs 108° .
Fig. 19, 20 et 21	Champ de bord des secteurs de 108° après corrections.

- Fig. 22 Mesures radiales sur spectromètre 600 MeV 108° après corrections; emplacement de la sonde à effet Hall.
- Fig. 23 Carte de champ suivant l'axe du faisceau.
- Fig. 24 et 25 Faces fictives du secteur de 36° avant et après corrections.
- Fig. 26 Plaques de correction de champ de bord et d'induction moyenne.
- Fig. 27 et 28 Champ de bord du secteur de 36° corrigé.
- Fig. 29 Courbes équichamp (secteur 36°).
- Fig. 30 Secteur de 36° ;
a) Courbes radiales
b) Courbes d'induction; comparaison avec la courbe d'induction des secteurs de 108° .
- Fig. 31 Définition des notations pour les trajectoires dans un secteur magnétique.
- Fig. 32 Aberration sur la surface image intermédiaire.
- Fig. 33 Effet des aberrations sur la triple focalisation.
- Fig. 34 Surface image intermédiaire.
- Fig. 35 Effets des aberrations.
- Fig. 36 Programme de calcul au 2ème ordre des propriétés optiques du spectromètre à triple focalisation.
- Fig. 37 Influence du poids du fil.
- Fig. 38 Equerre optique.
- Fig. 39 Dispersion et aberrations au niveau de la fente d'analyse.
- Fig. 40 Espace objet (méthode du fil).
- Fig. 41 a Hodoscope dans les deux premiers aimants.
- Fig. 41 b Erreur introduite par une différence de champ dans le secteur 36° .
- Fig. 42 a Courant dans les bobines auxiliaires du secteur de 36° .
- Fig. 42 b Etalonnage du spectromètre à triple focalisation par la méthode du fil.

- Fig. 43 I, II et III Dérive des shunts de mesure des groupes moteur-géné-
ratrices I, II et III de la salle des machines.
- Fig. 44 Influence de la tension du fil sur la position du fil à
la sortie.
- Fig. 45 et 46 Espace image par la méthode du fil.
- Fig. 47 Méthode du fil : focalisation en énergie.
- Fig. 48 Espace image; distance image en fonction de $\frac{\Delta p}{p}$.
- Fig. 49 Espace image : méthode du pinceau d'électrons à 540 MeV/c.
- Fig. 50 Méthode du pinceau d'électrons : triple focalisation à
456 MeV/c.
- Fig. 51, 52 et 53 Diaphragmes d'entrée à 236 MeV/c, 456 MeV/c, 540 MeV/c.
- Fig. 54 Diagrammes dans le plan transverse.
- Fig. 55 Mesure de l'angle solide par une expérience de diffusion
d'électrons.
- Fig. 56 Diaphragmes d'entrée à 311 MeV/c (méthode du plateau).
- Fig. 57 Détermination de la dispersion par la méthode du plateau.
- Fig. 58 Variation de l'angle solide en fonction du déplacement
transverse de la cible (300 MeV/c).
- Fig. 59 Spectre Cerenkov obtenu sur l'analyseur multicanaux (21).
- Fig. 60 Spectromètre à triple focalisation avec correction du
terme $\alpha_1 \cdot \Delta p/p$.
- Fig. 61 Les deux électro-aimants de 108° utilisés en 1962 comme
spectromètres dans la salle de cibles 500 MeV.
- Fig. 62 Expérience du fil flottant sur l'un des électro-aimants
de la figure précédente.

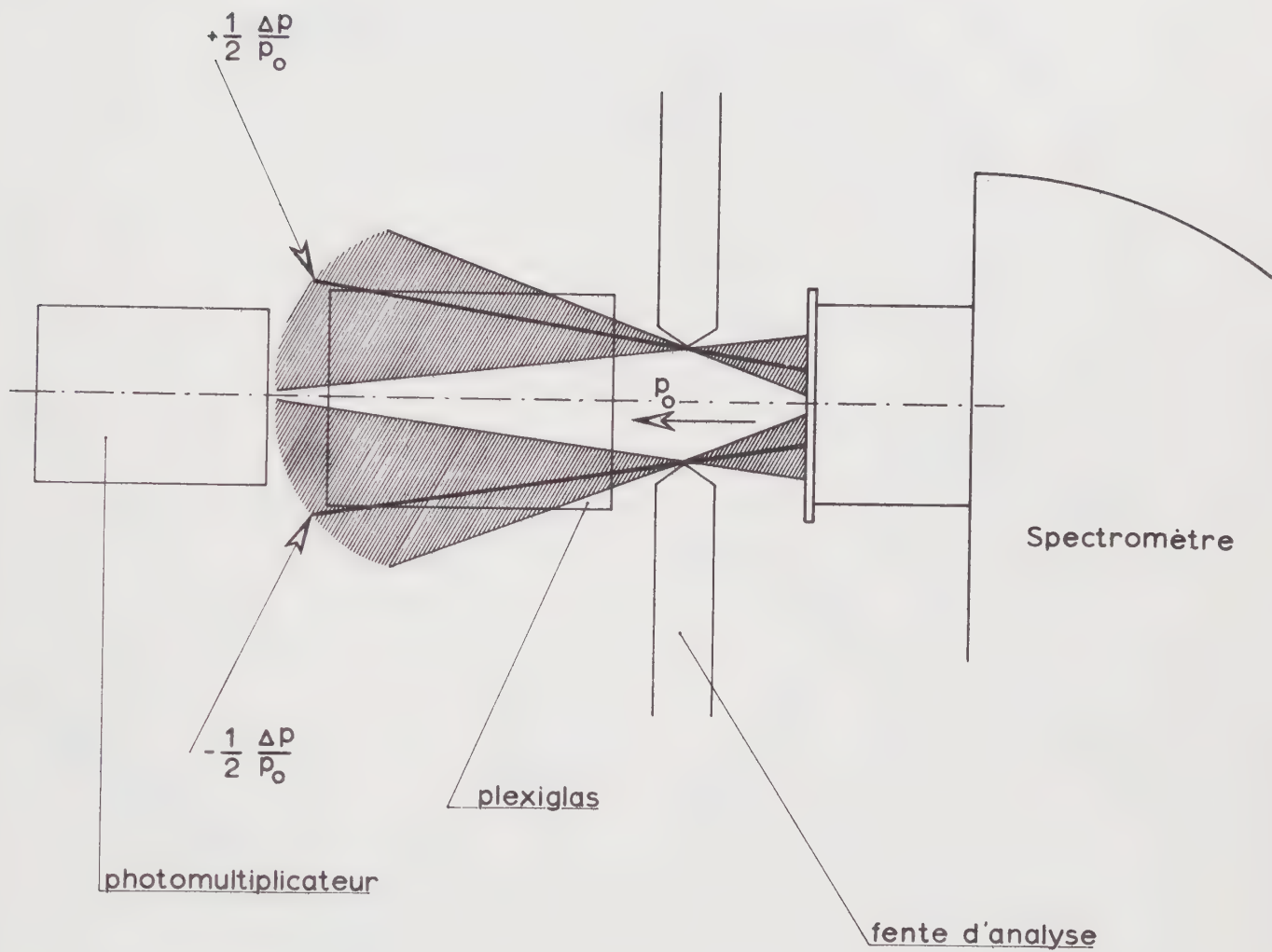


fig.1. Efficacité des trajectoires dans un compteur Čerenkov (espace image d'un spectromètre à simple ou double focalisation)

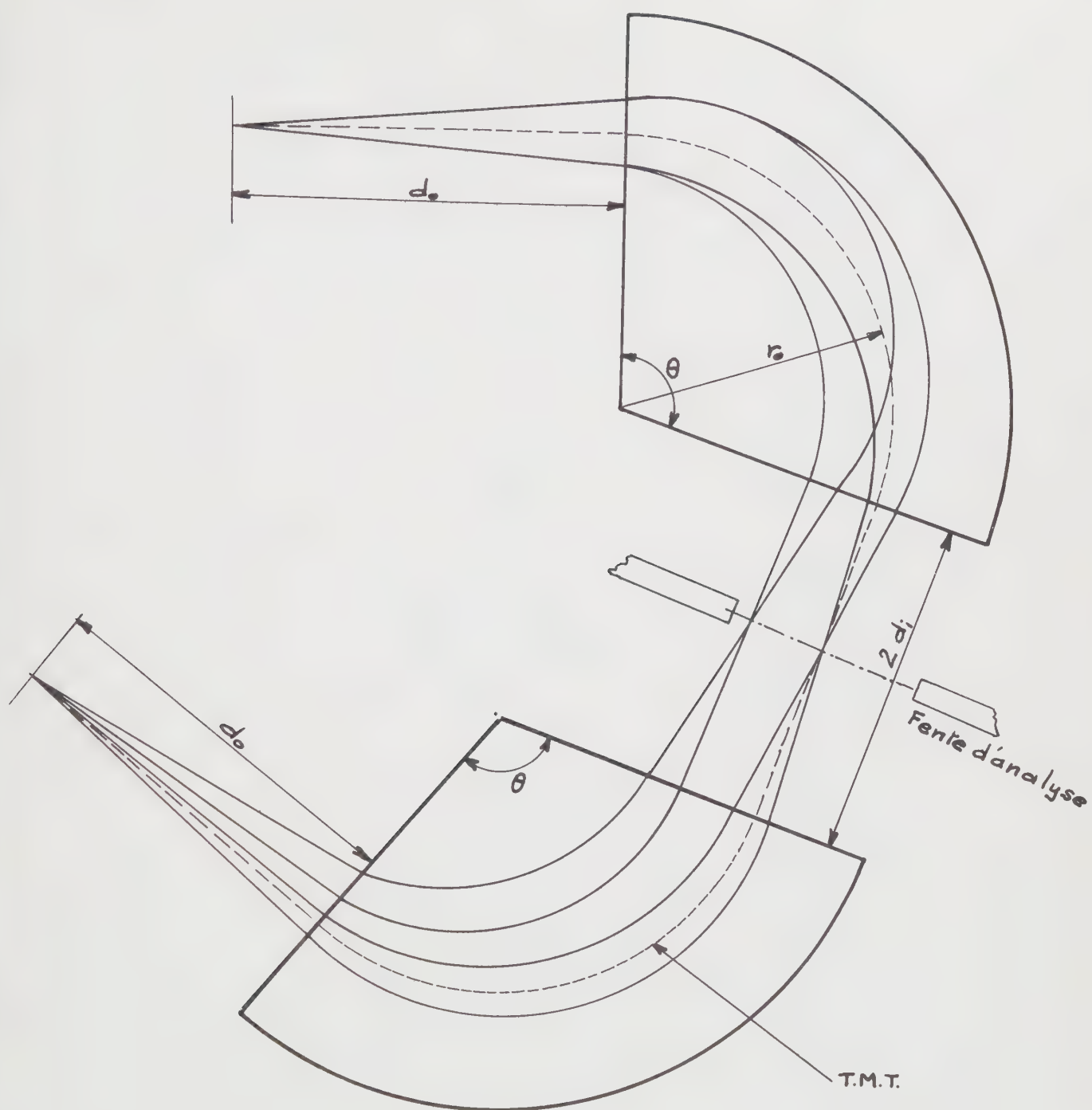


Fig. 2 - Spectromètre à triple focalisation de Stanford.

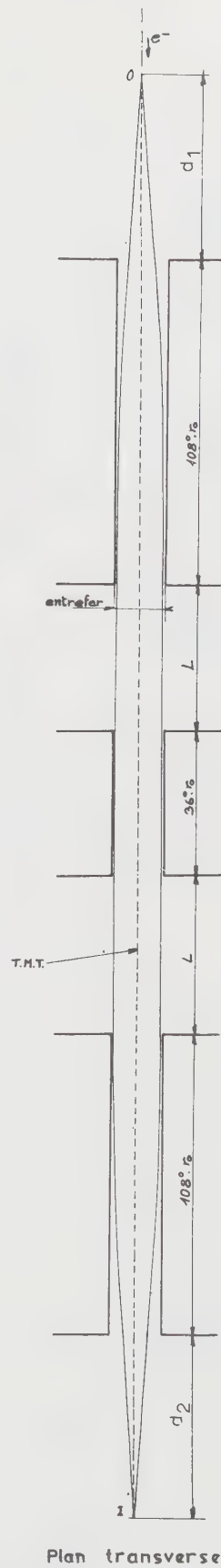
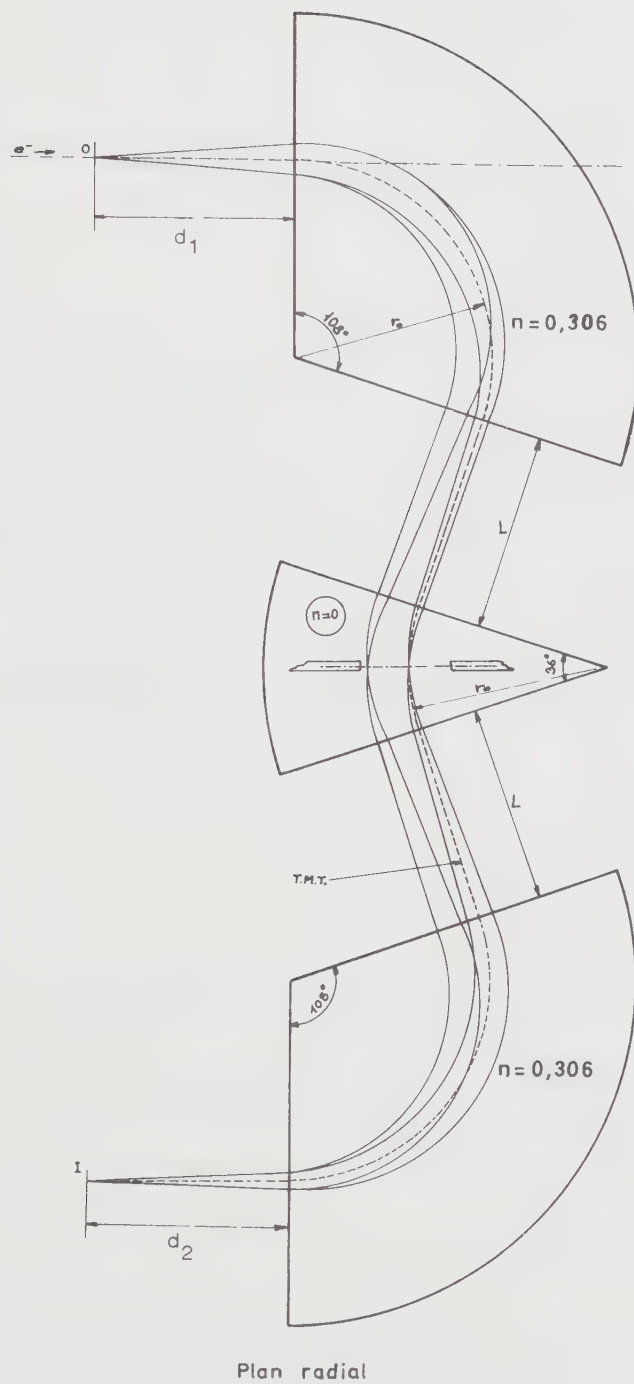


Fig.3. Spectromètre à triple focalisation d'ORSAY ;

a) Optique

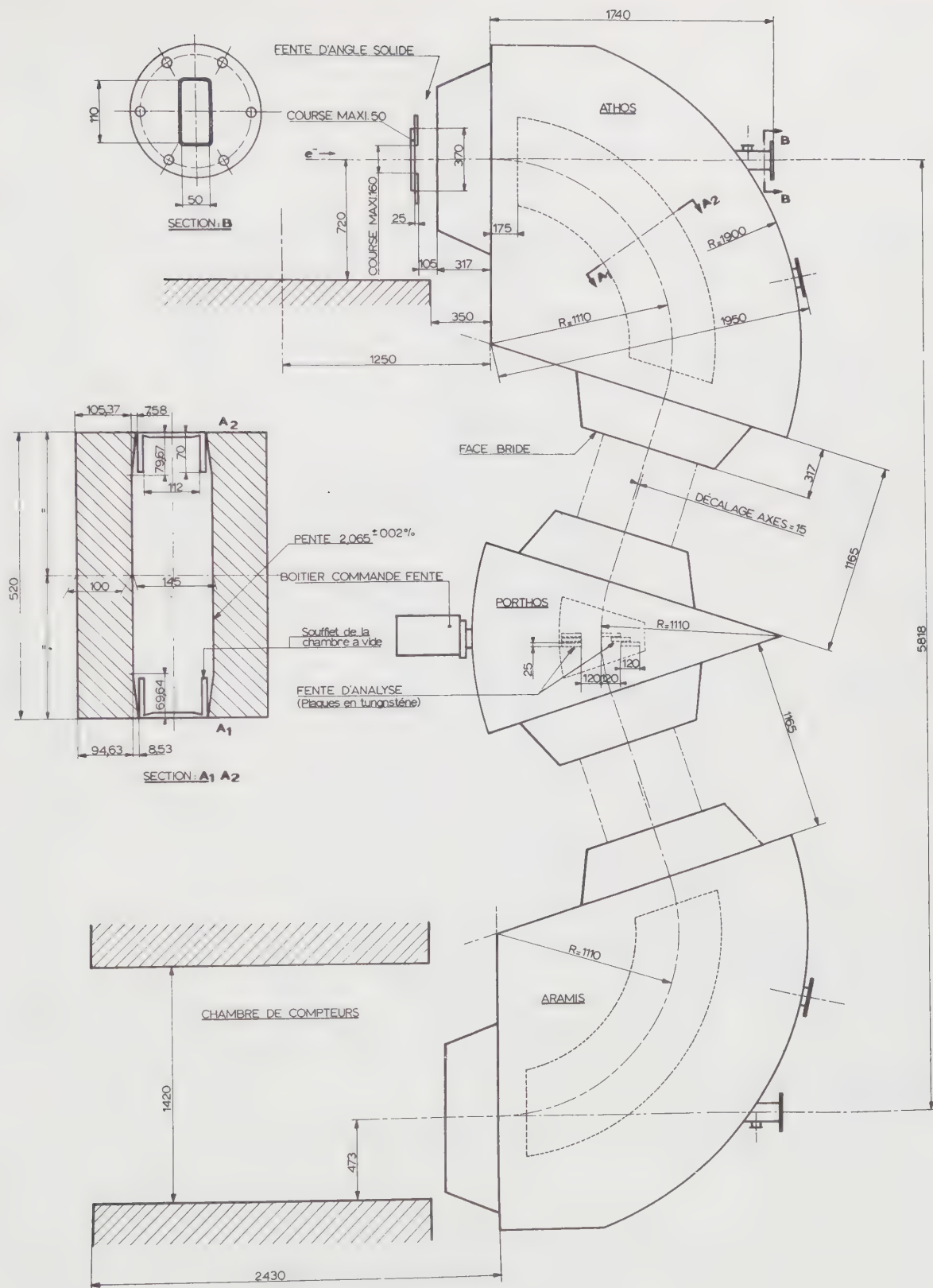


Fig. 3- Spectromètre à triple focalisation d'Orsay
b) Mécanique

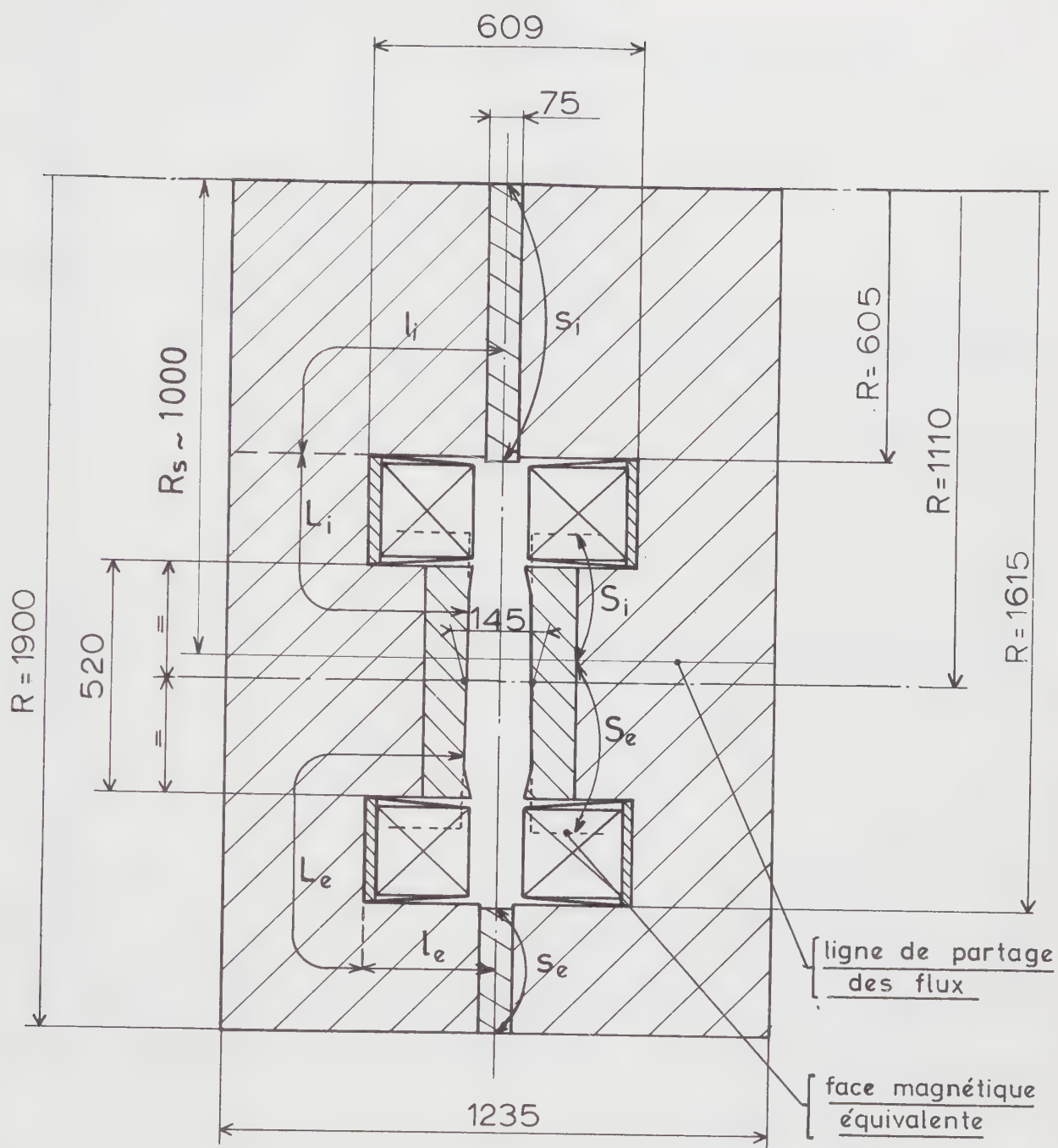


Fig. 3 - Spectromètre à triple focalisation d'Orsay;
c) Coupe d'un électro-aimant

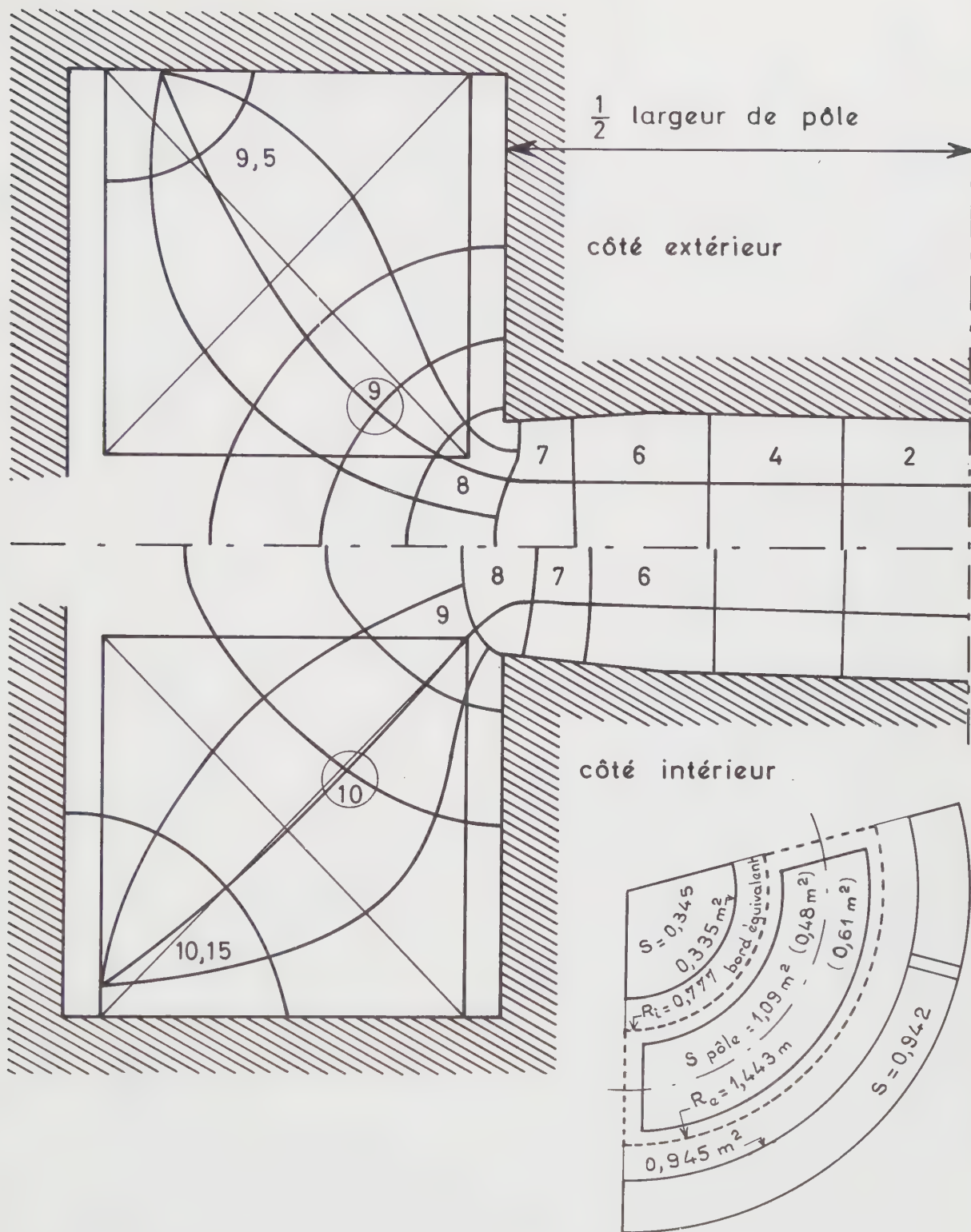


Fig. 3 - Spectromètre à triple focalisation d'Orsay

d) Tracé de Lehmann — Flux de fuite

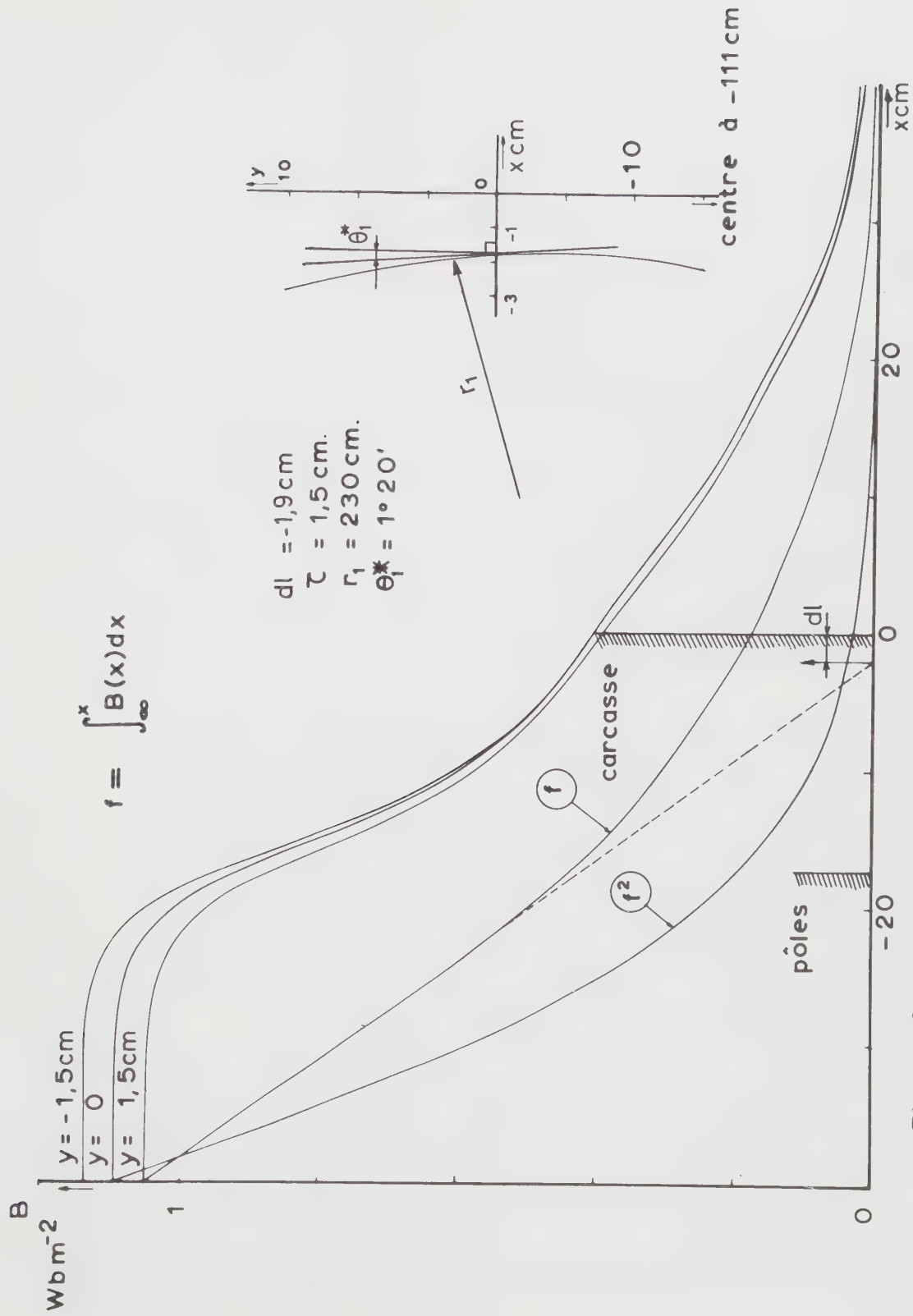


Fig.4 Champ de bord des secteurs de 108° , face d'entrée

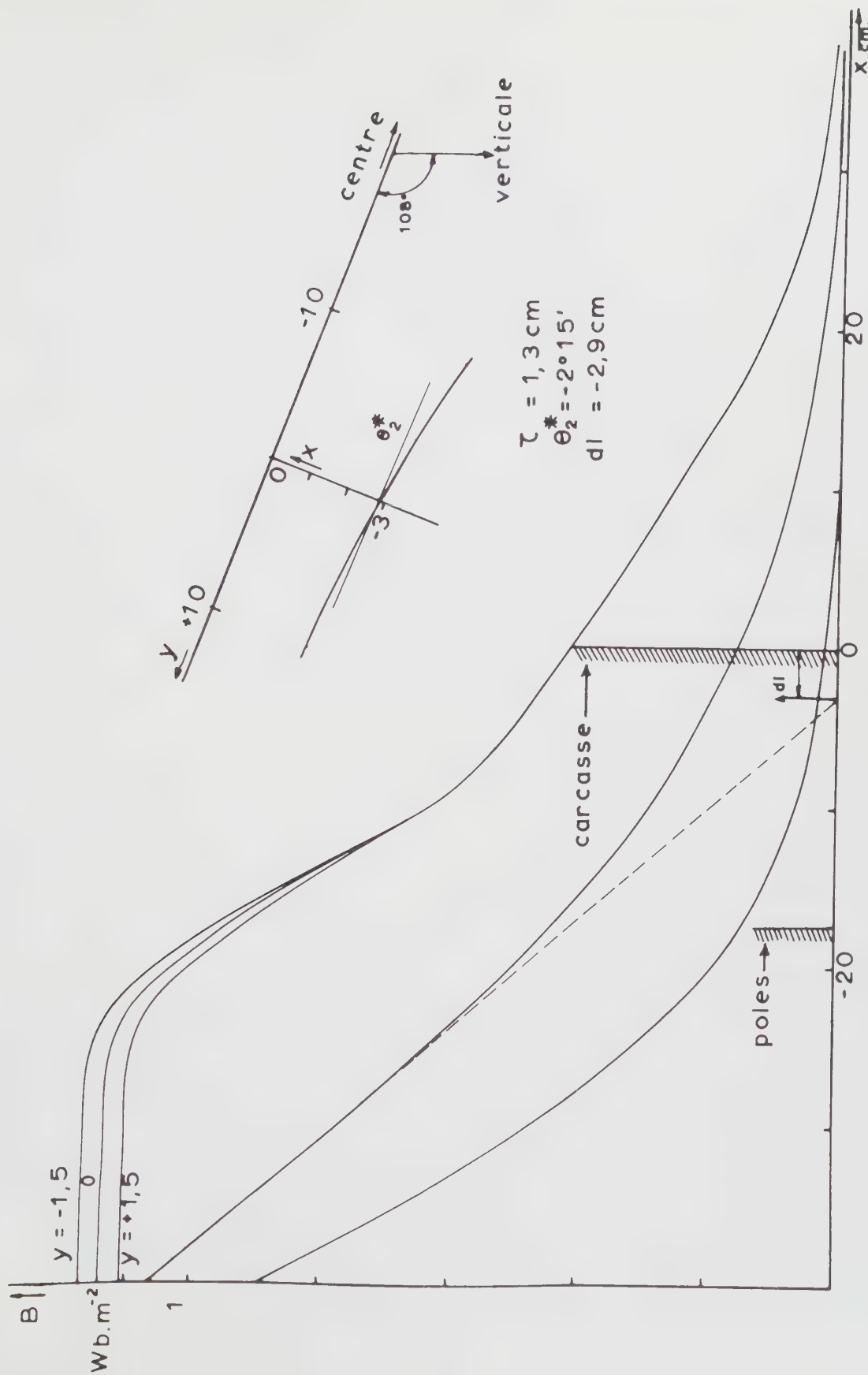


Fig. 5 - Champ de bord des secteurs 108°, face de sortie

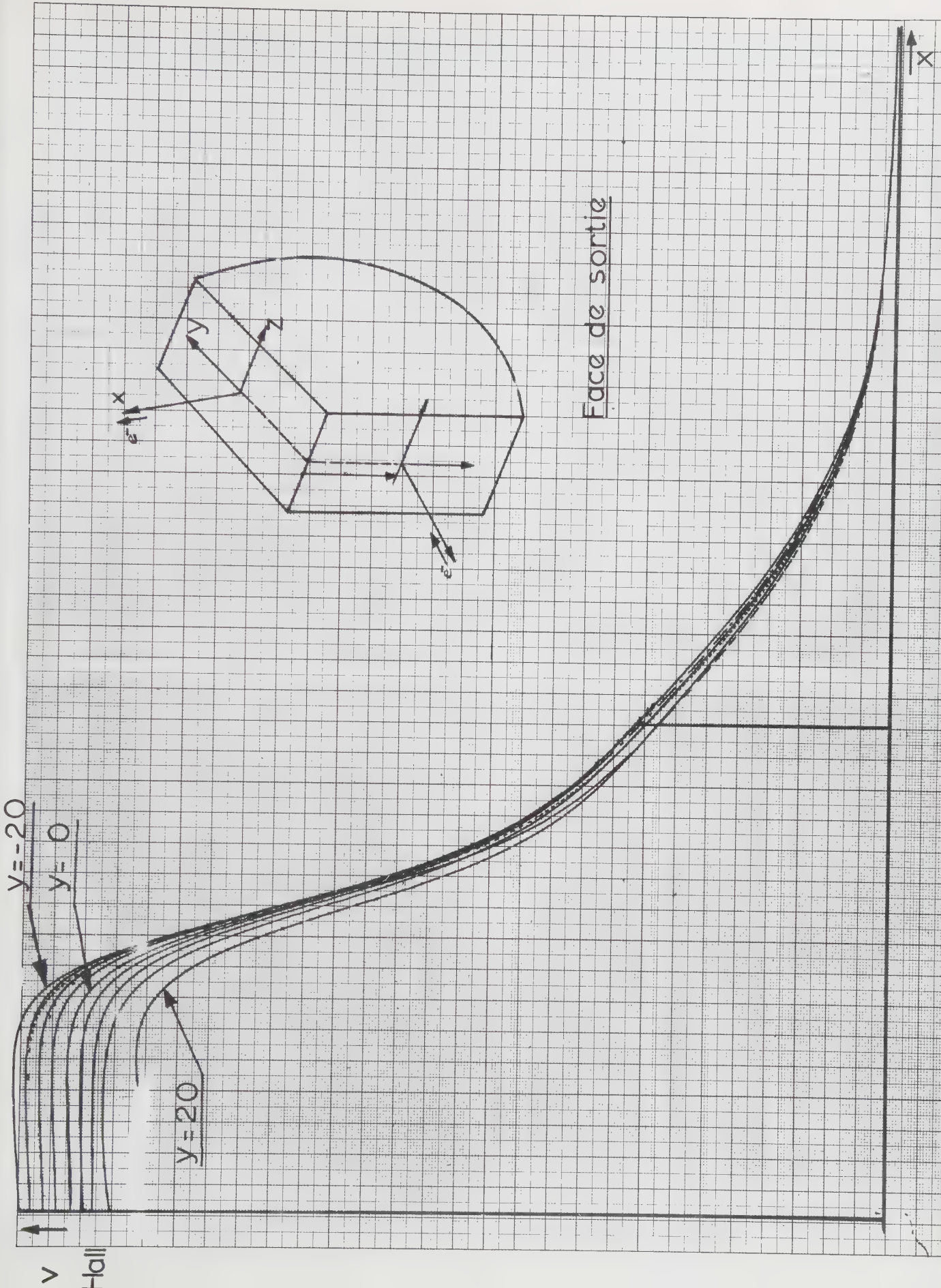


Fig.6. Aspect du champ de bord d'un secteur 108° plan

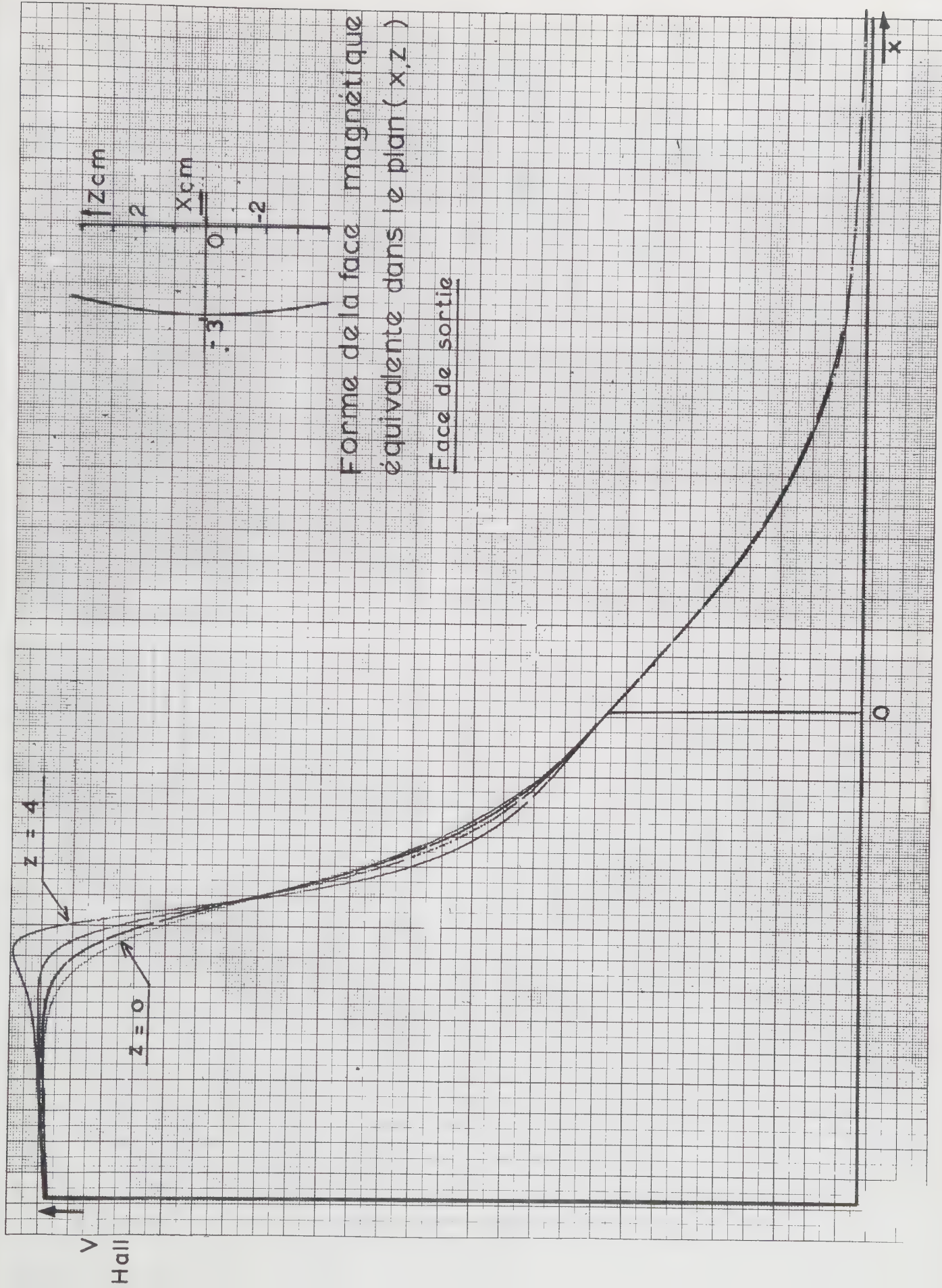


Fig.7 - Aspect du champ de bord des secteurs 108° plan médian et plan transverse

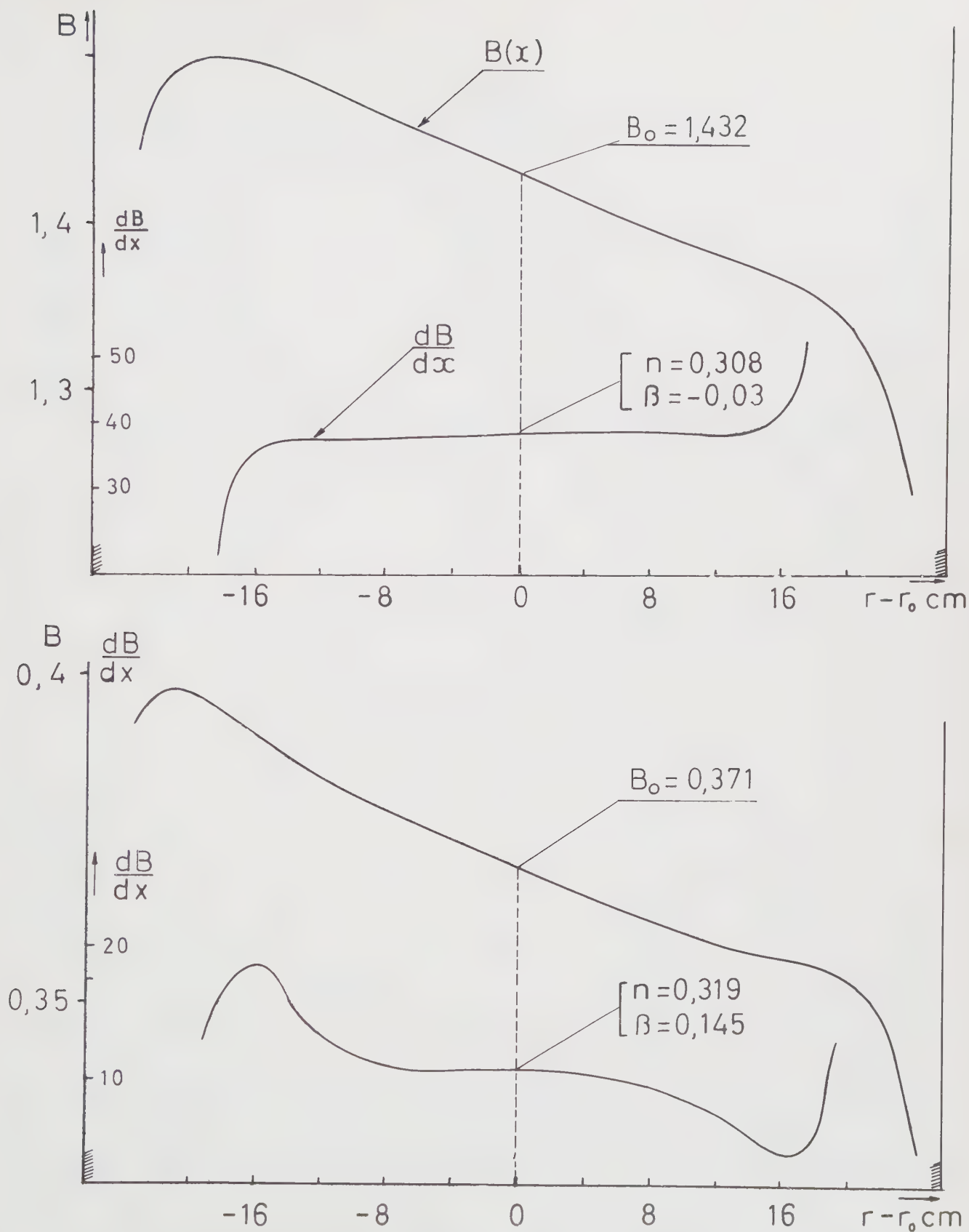


Fig. 8 - Courbes radiales des secteurs de 108°
 (B en wb.m^{-2} , $\frac{dB}{dx}$ en $10^{-2}.\text{wb.m}^{-3}$)

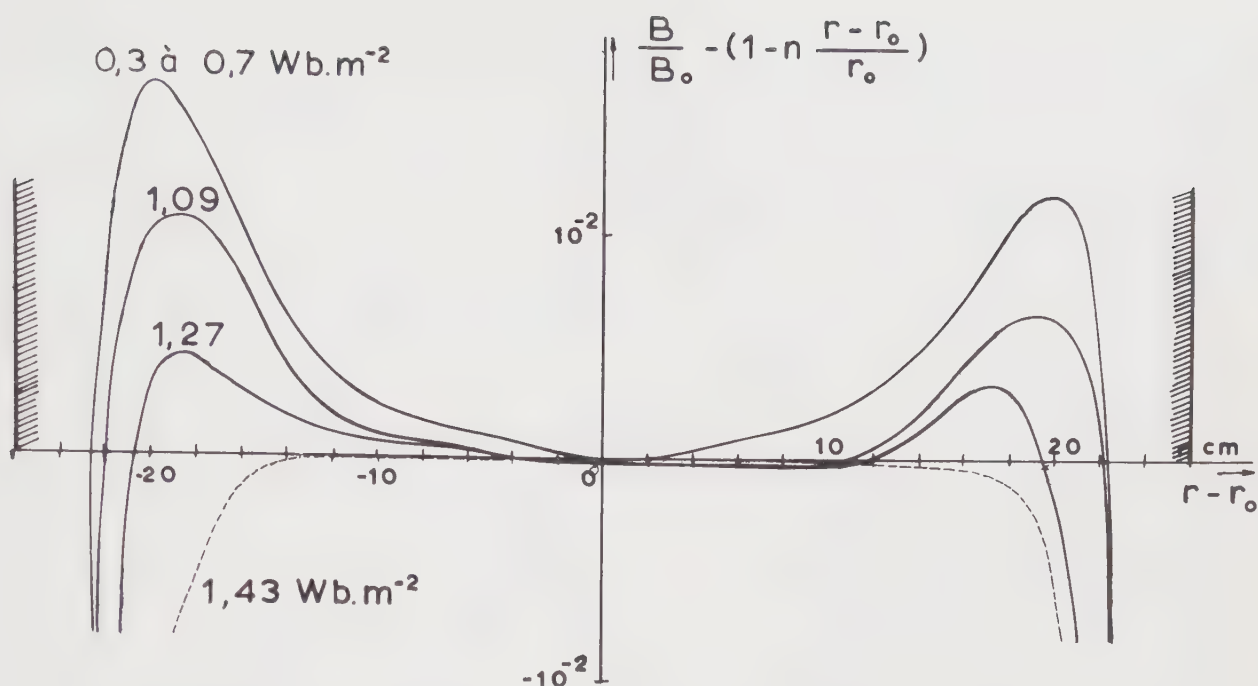


Fig. 9 - Courbes radiales normées (avant corrections)

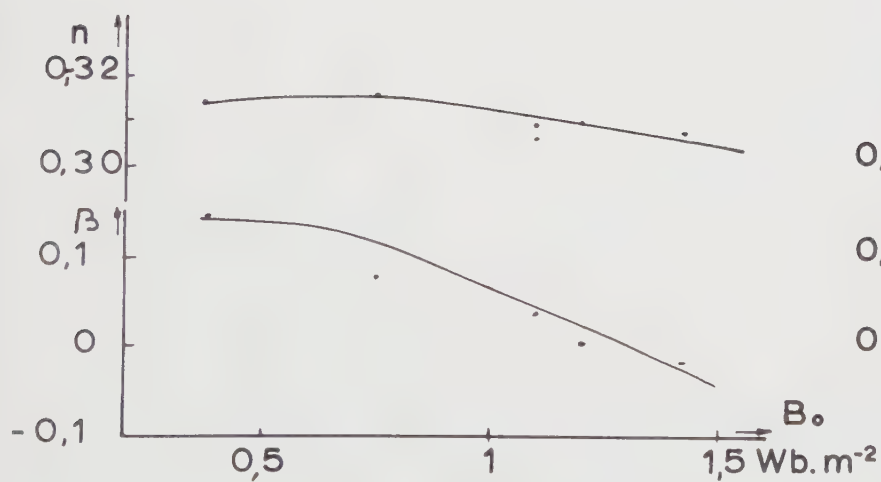


Fig.10 - Variation de n et β avec l'induction -

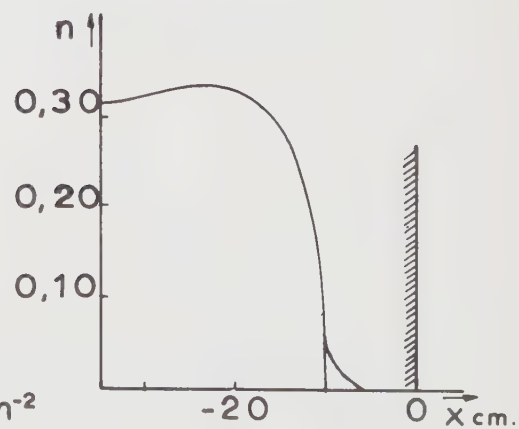


Fig.11 - Variation de n dans le champ de bord -

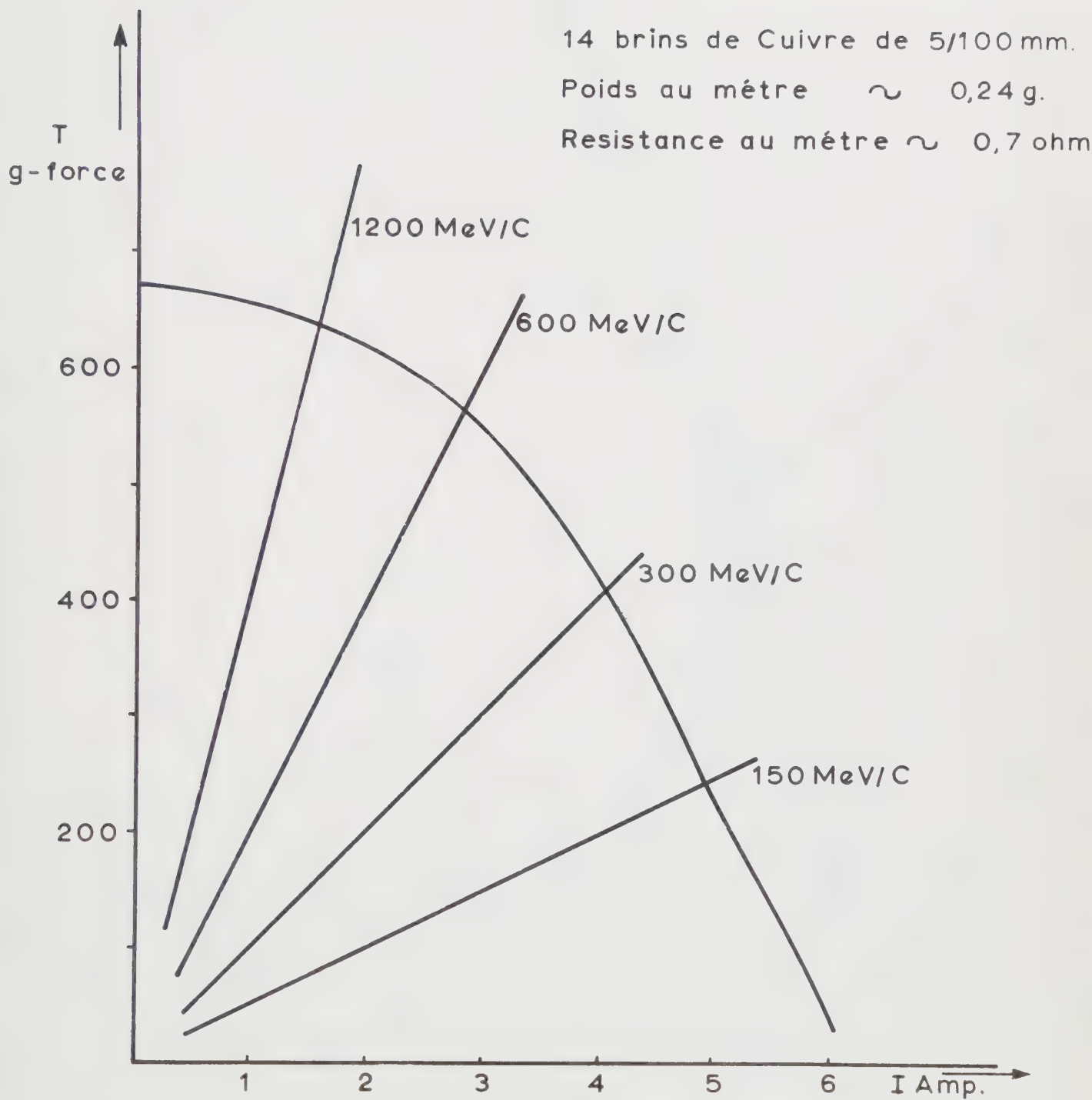


Fig.12 -Caractéristique de rupture du fil.

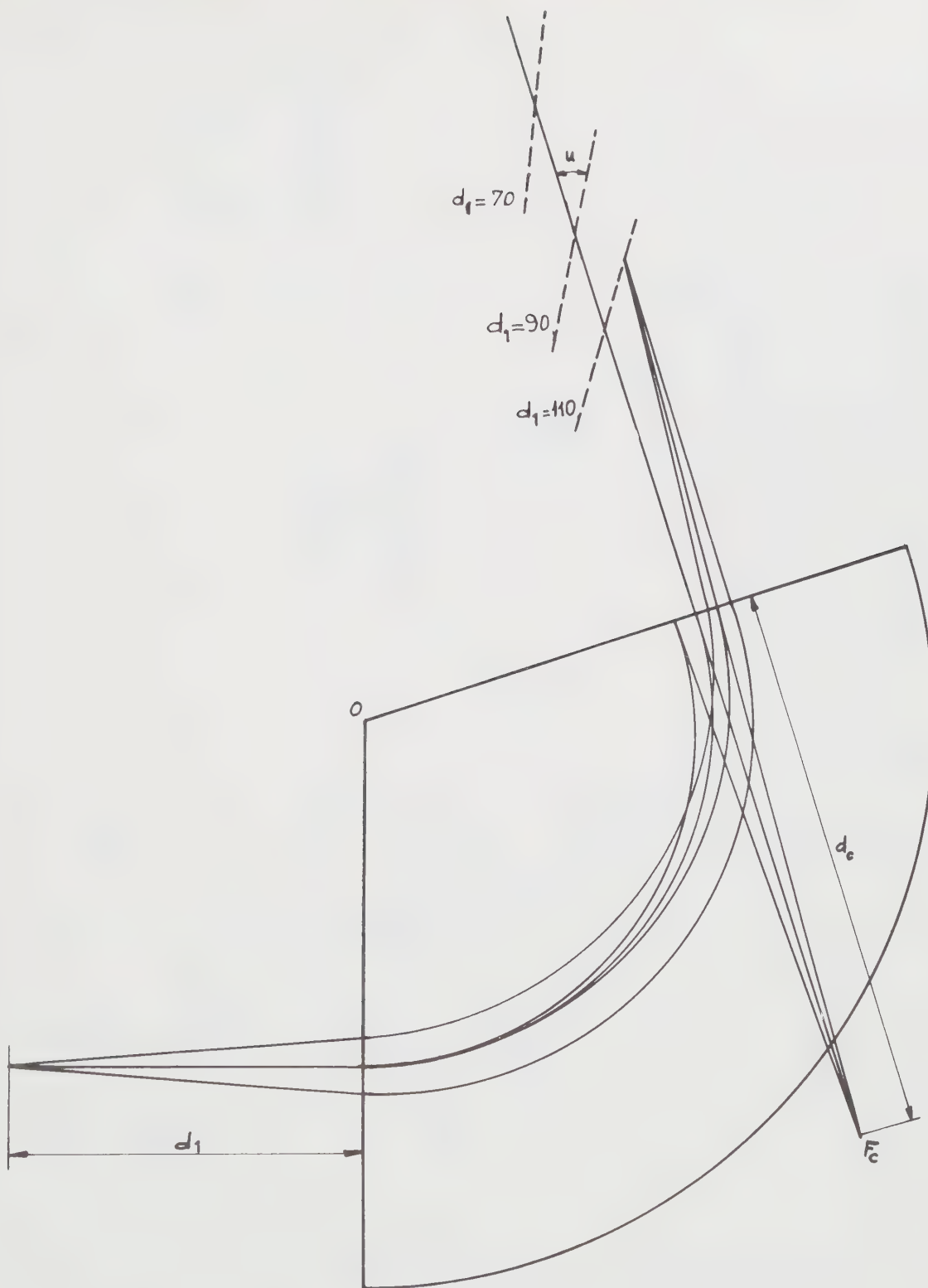
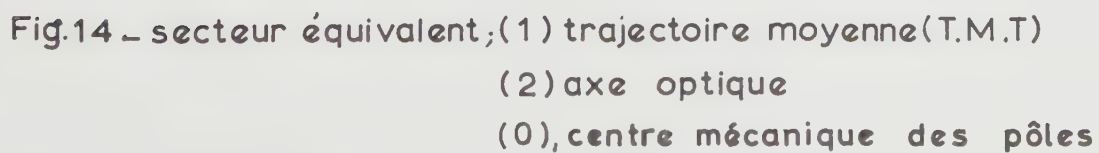


Fig.13 - Distances conjuguées et foyer chromatique dans un secteur de 108°

$$\theta_1 = \Delta \theta_1 + \theta_1^*$$



CT : camera de télévision
 Tr : translateur
 M : moteur d'entraînement du chariot
 V : vis
 C : chariot
 P : potentiomètre de téléaffichage
 T : tube deviation 500 MeV
 H : aimant balai "Hercule"
 T.I. : tache image

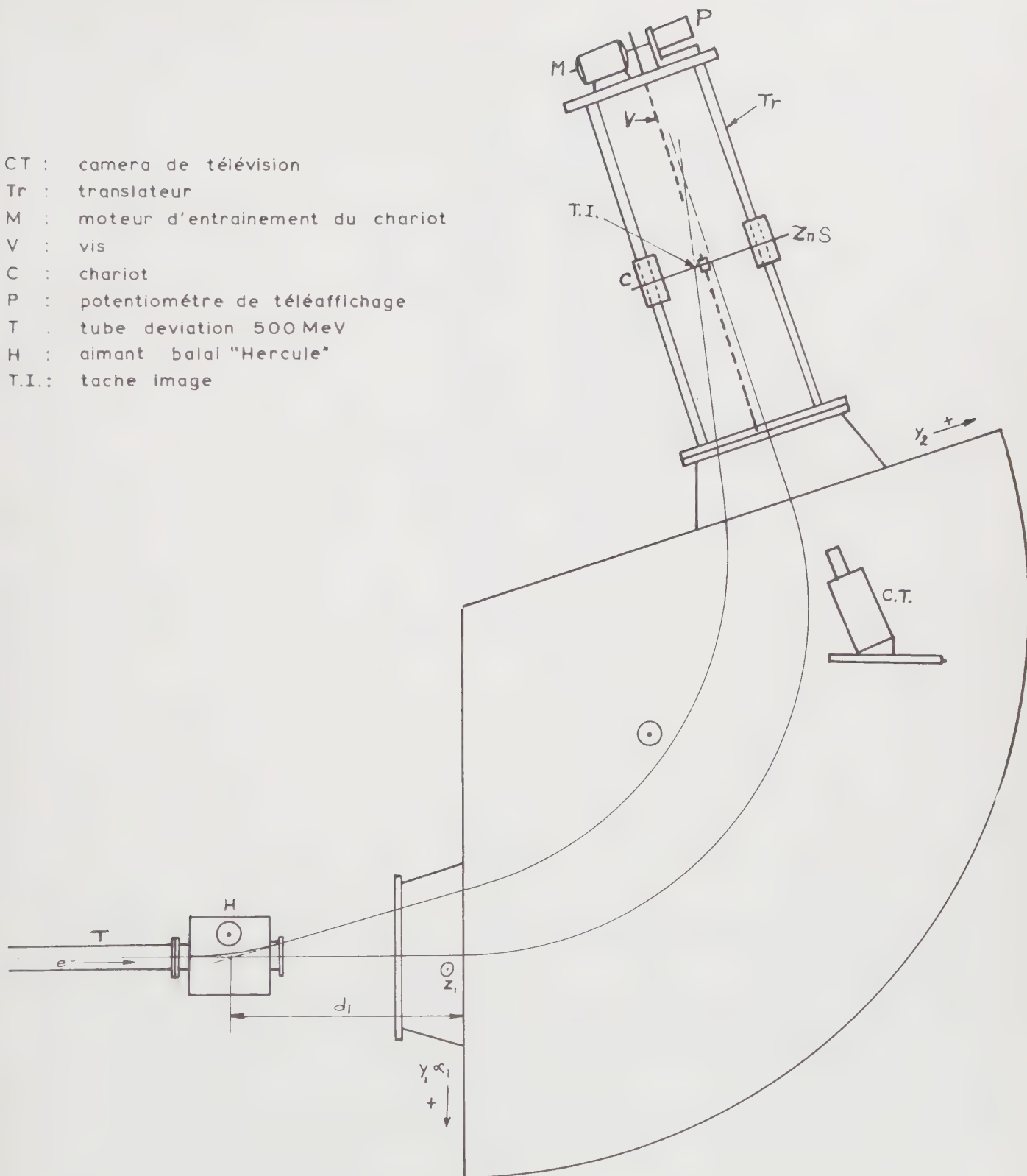


Fig.15 - Expérience du pinceau d'électrons -

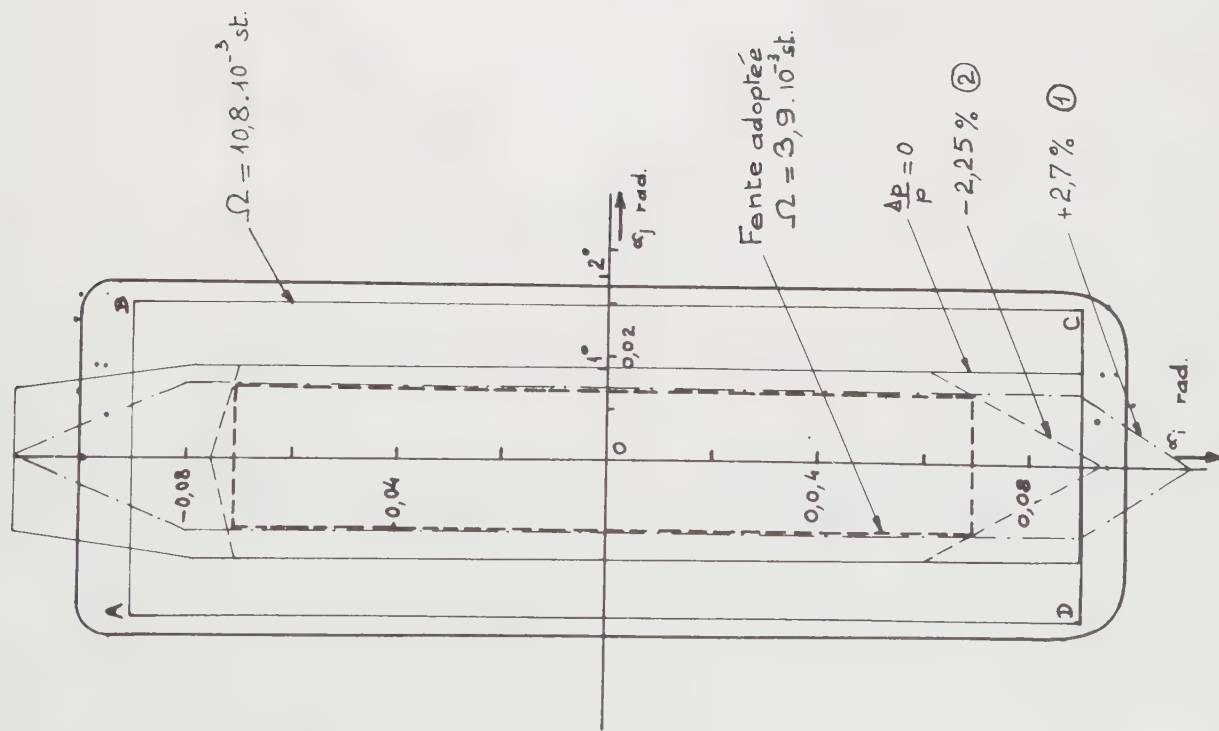
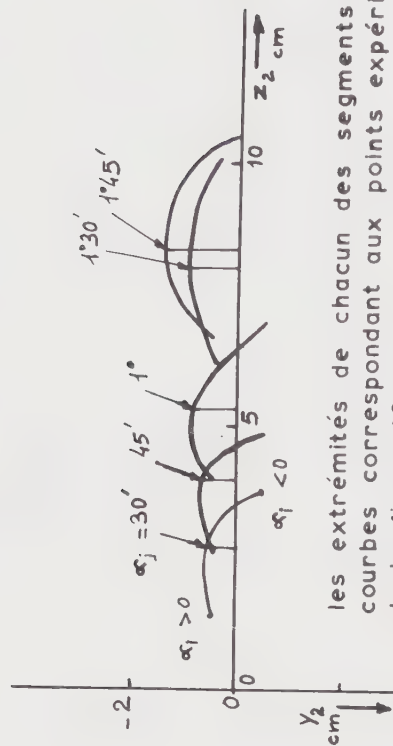


Fig.16 - Angles solides
(Méthode du pinceau d'électrons)



les extrémités de chacun des segments de
courbes correspondant aux points expérimentaux
de la figure 16
les flèches correspondent à $\theta y = 0$

Fig.17 - Aberrations en α_j^2 et α_j
(Méthode du pinceau d'électrons)

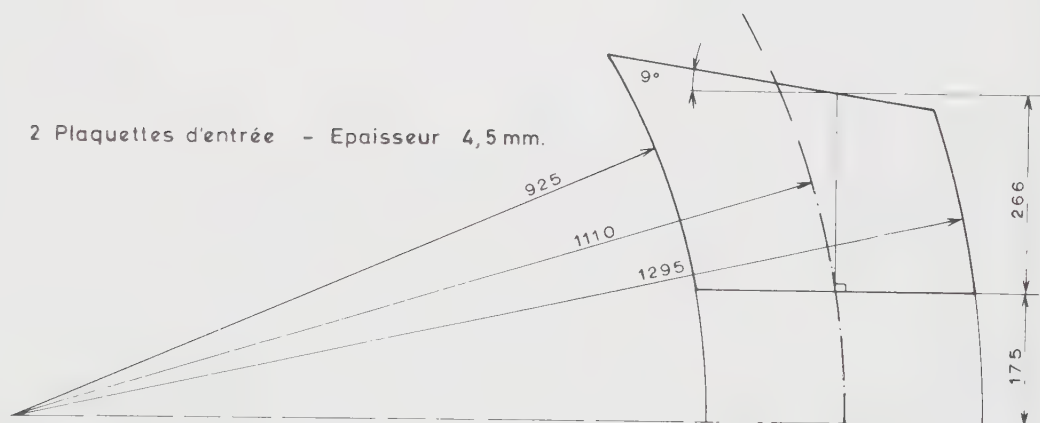
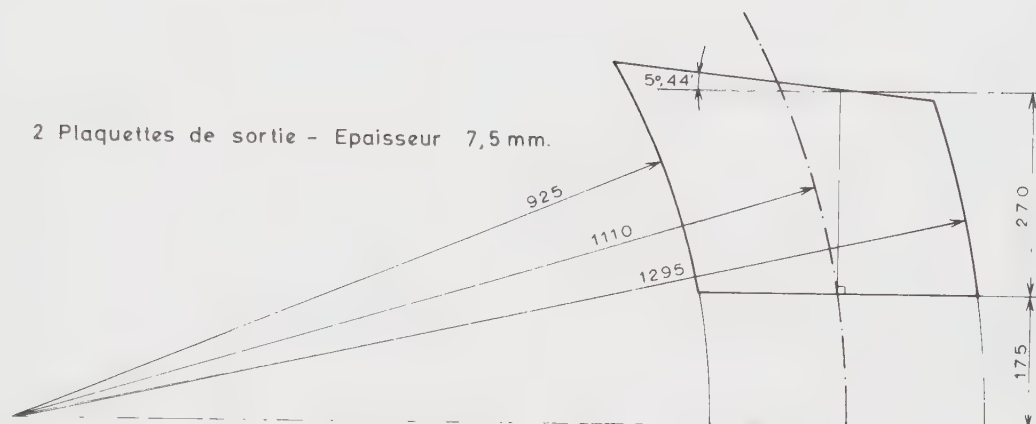


Fig.18 - Plaquettes de corrections à l'entrée et à la sortie des secteurs 108°

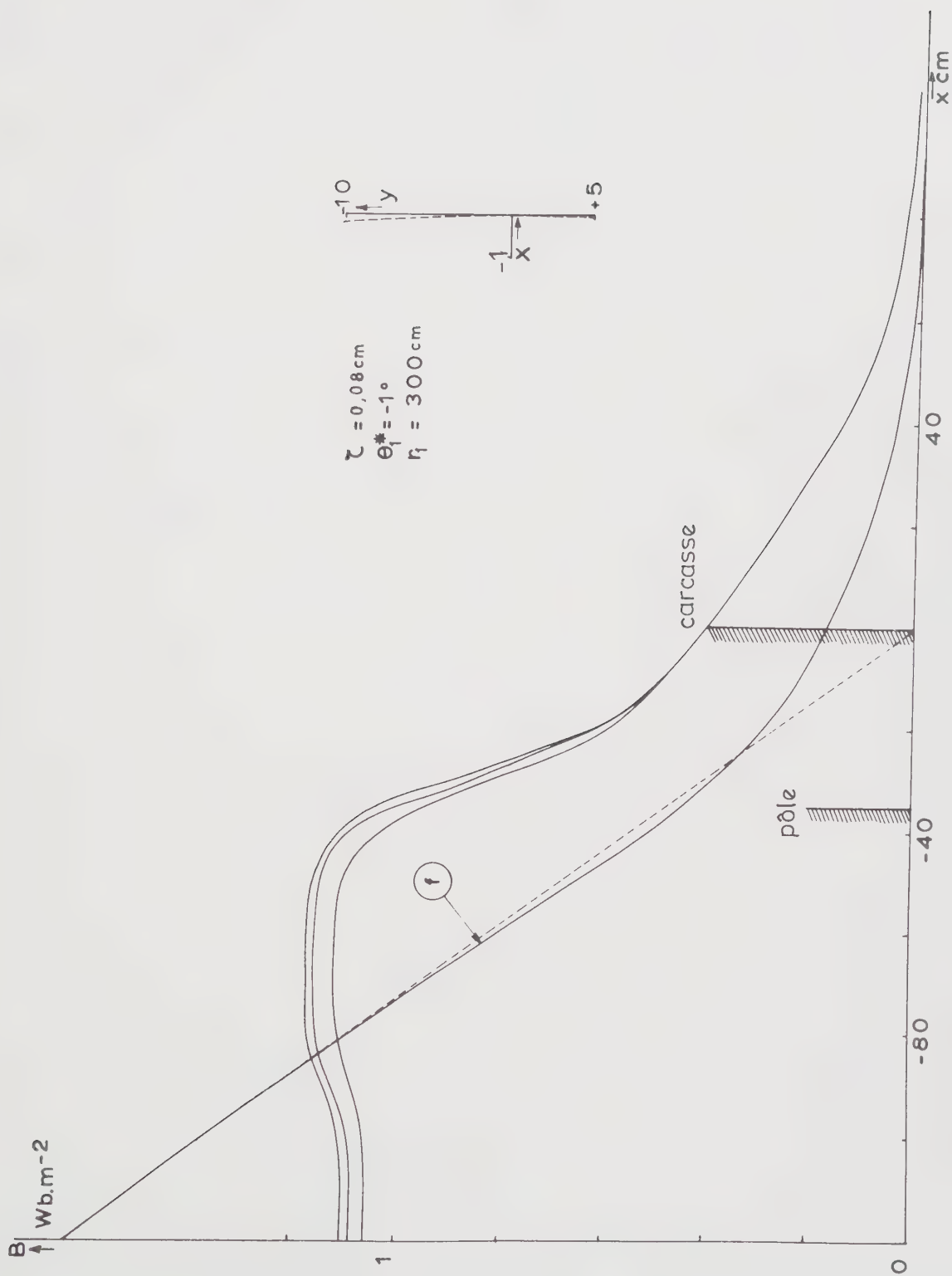


Fig.19 - Champ de bord des secteurs de 108° , face d'entrée, après corrections

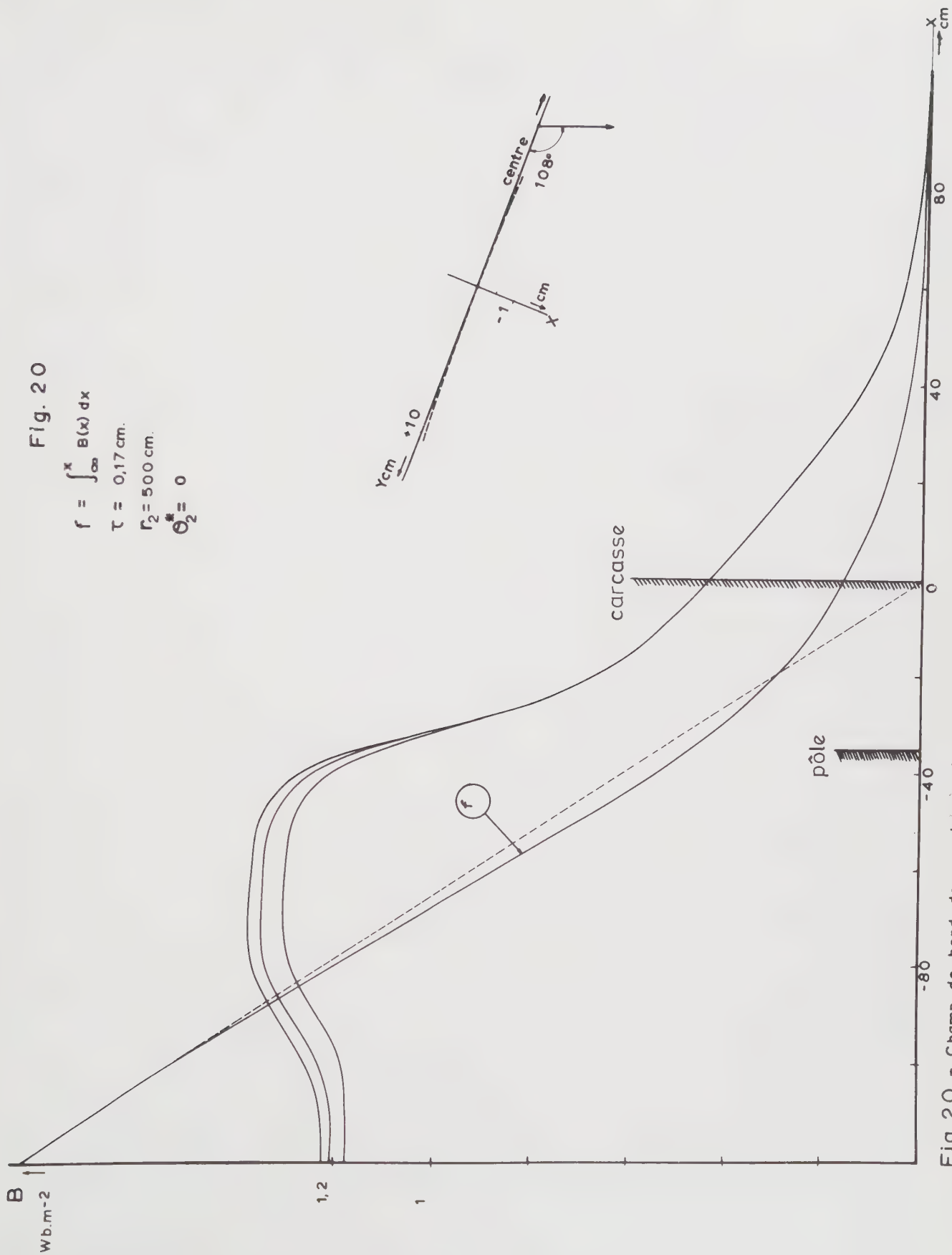


Fig. 20

$$f = \int_{-\infty}^{\infty} B(x) dx$$

$$\tau = 0,17 \text{ cm.}$$

$$r_2 = 500 \text{ cm.}$$

$$\theta_2^* = 0$$

Fig.20 - Champ de bord des secteurs de 108° , face de sortie, après corrections -

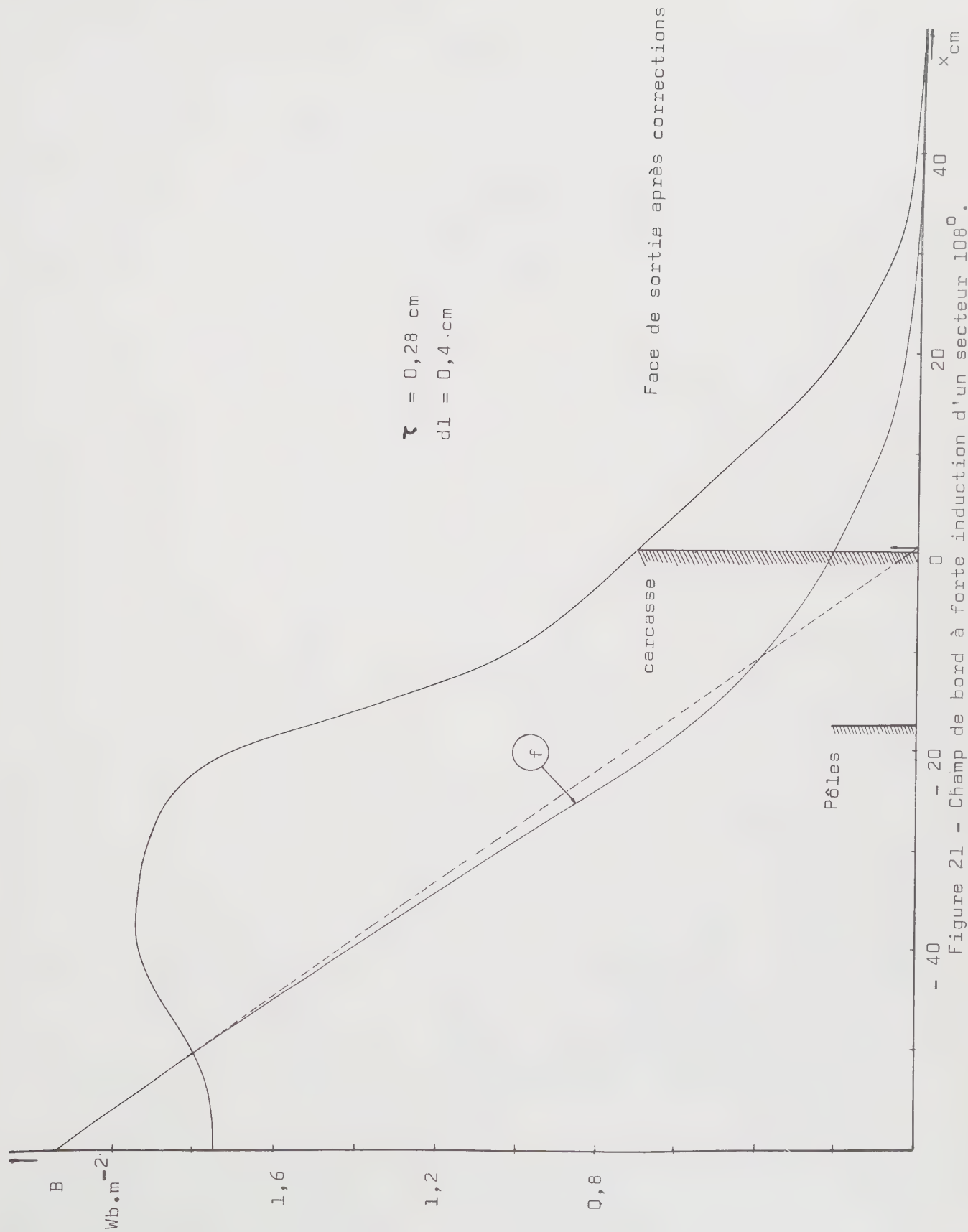


Figure 21 - Champ de bord à forte induction d'un secteur 108° .

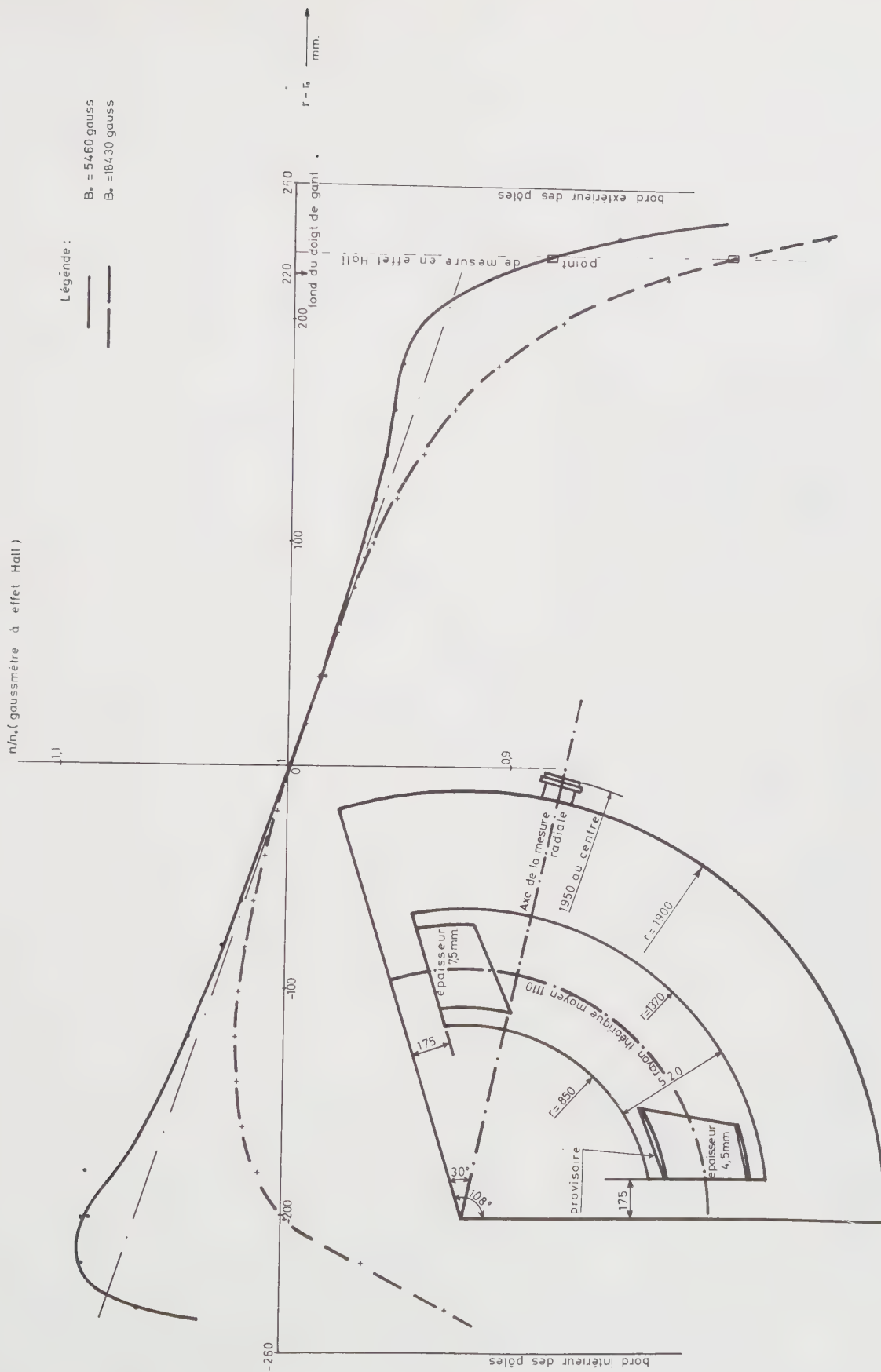


Fig. 22 - Mesures radiales sur Spectromètre 600 Mev 108°
(Plaquettes semi-définitives en acier doux)
Emplacement de la sonde à effet Hall.

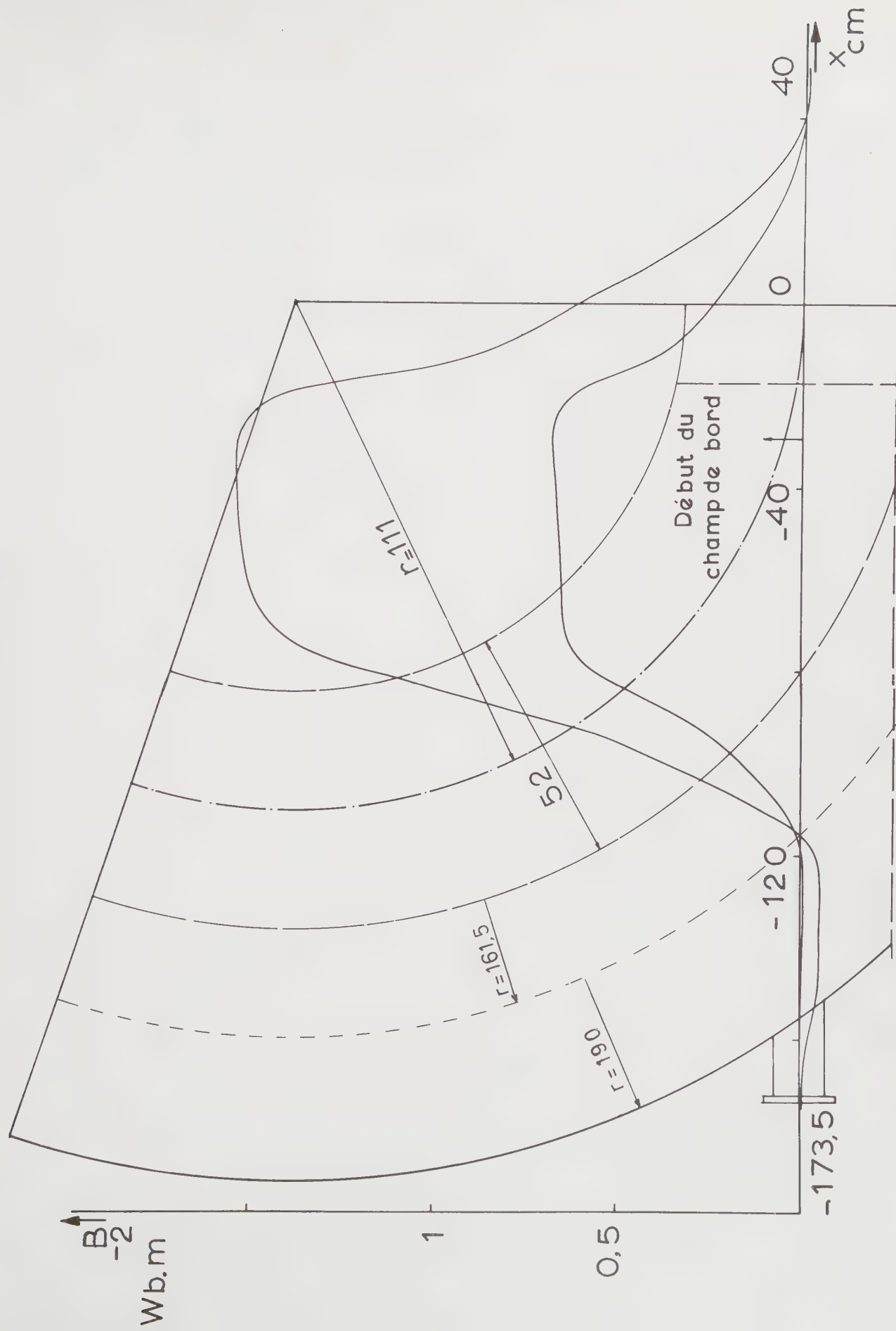


Fig.23. Carte de champ suivant l'axe du faisceau (secteur 108°)

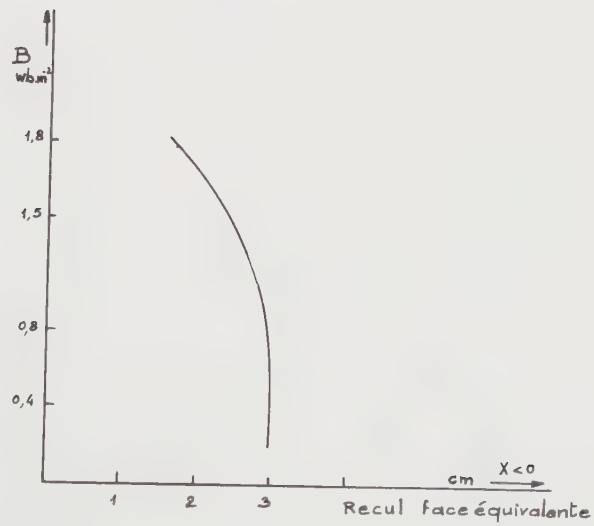
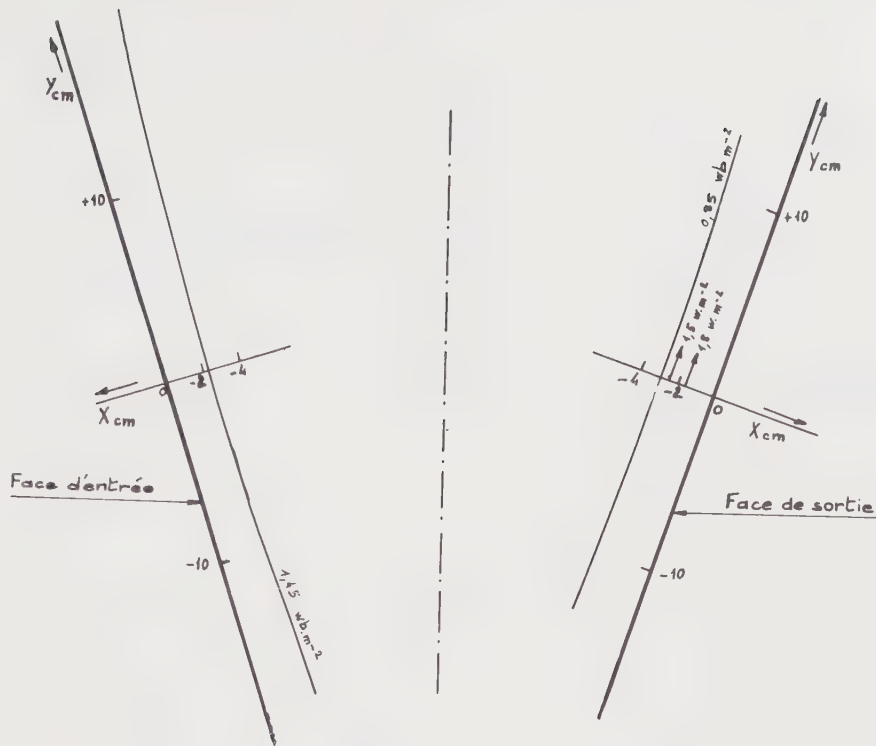


Fig.24. Faces fictives du secteur de 36° avant correction

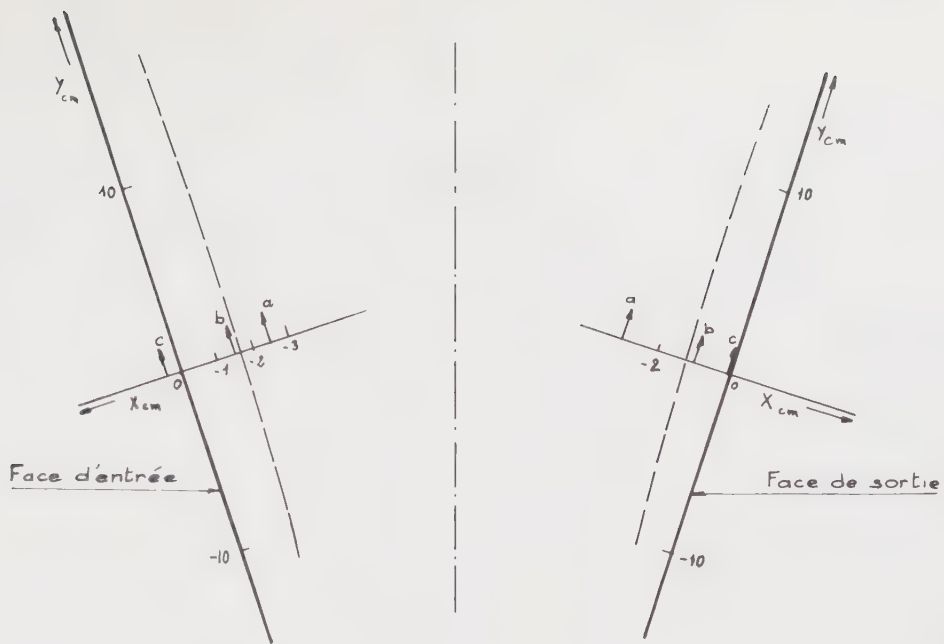


Figure 25 - Faces fictives du secteur de 36° après corrections.

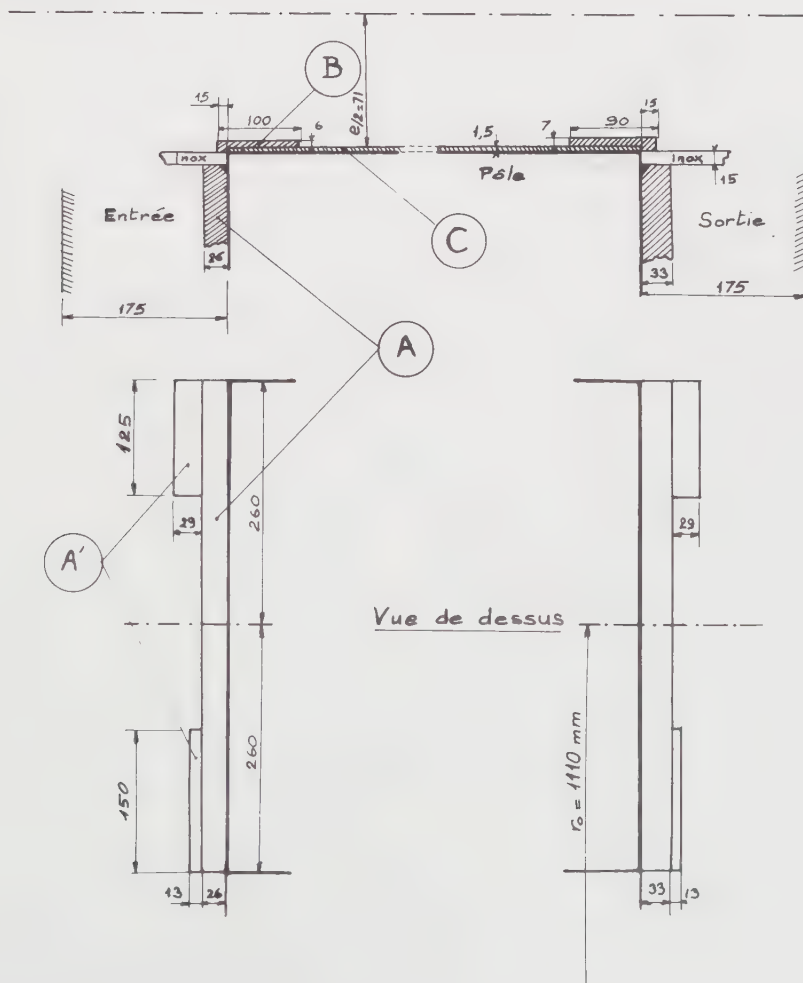
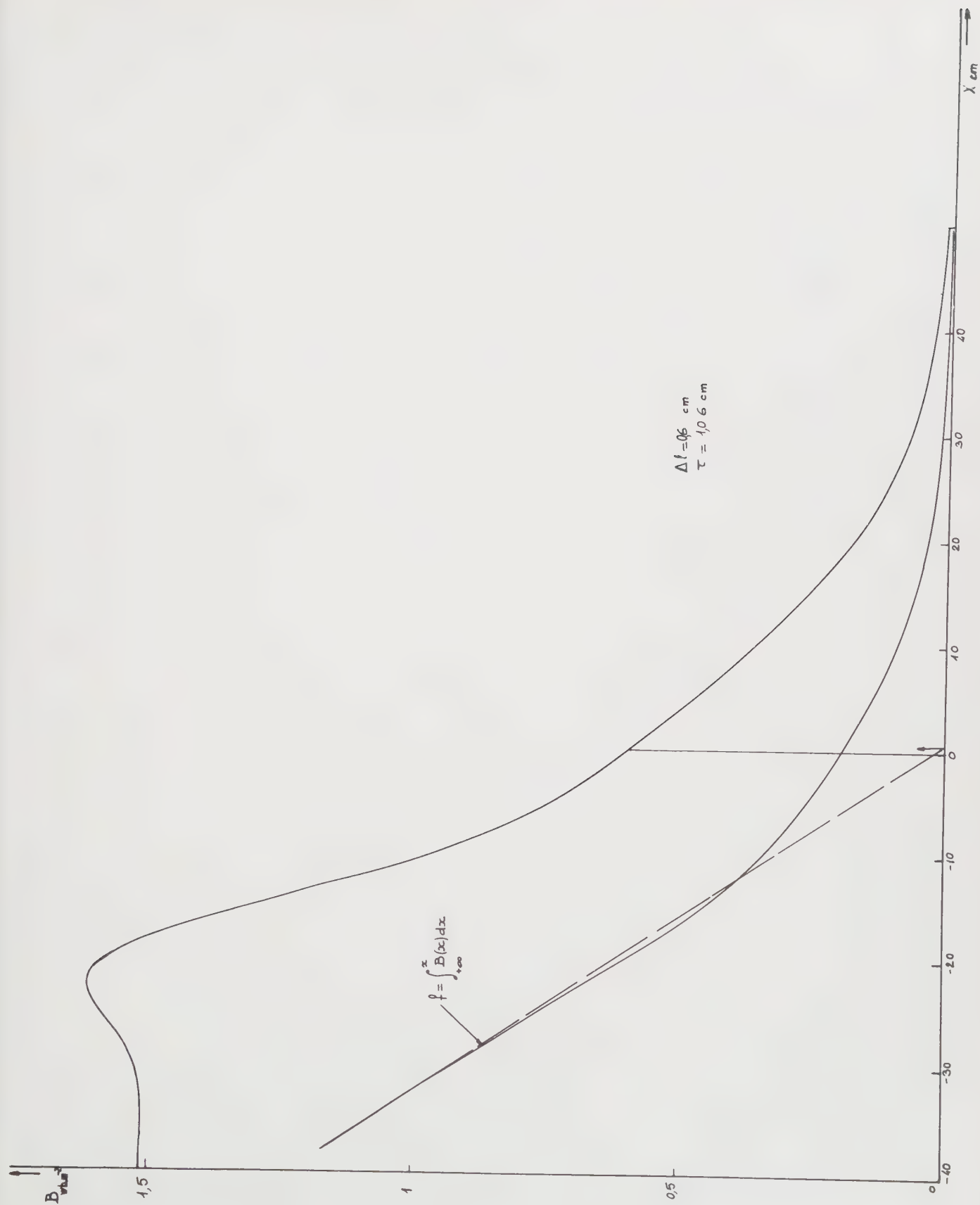


Figure 26 - Plaques de correction de champ de bord et d'induction moyenne.



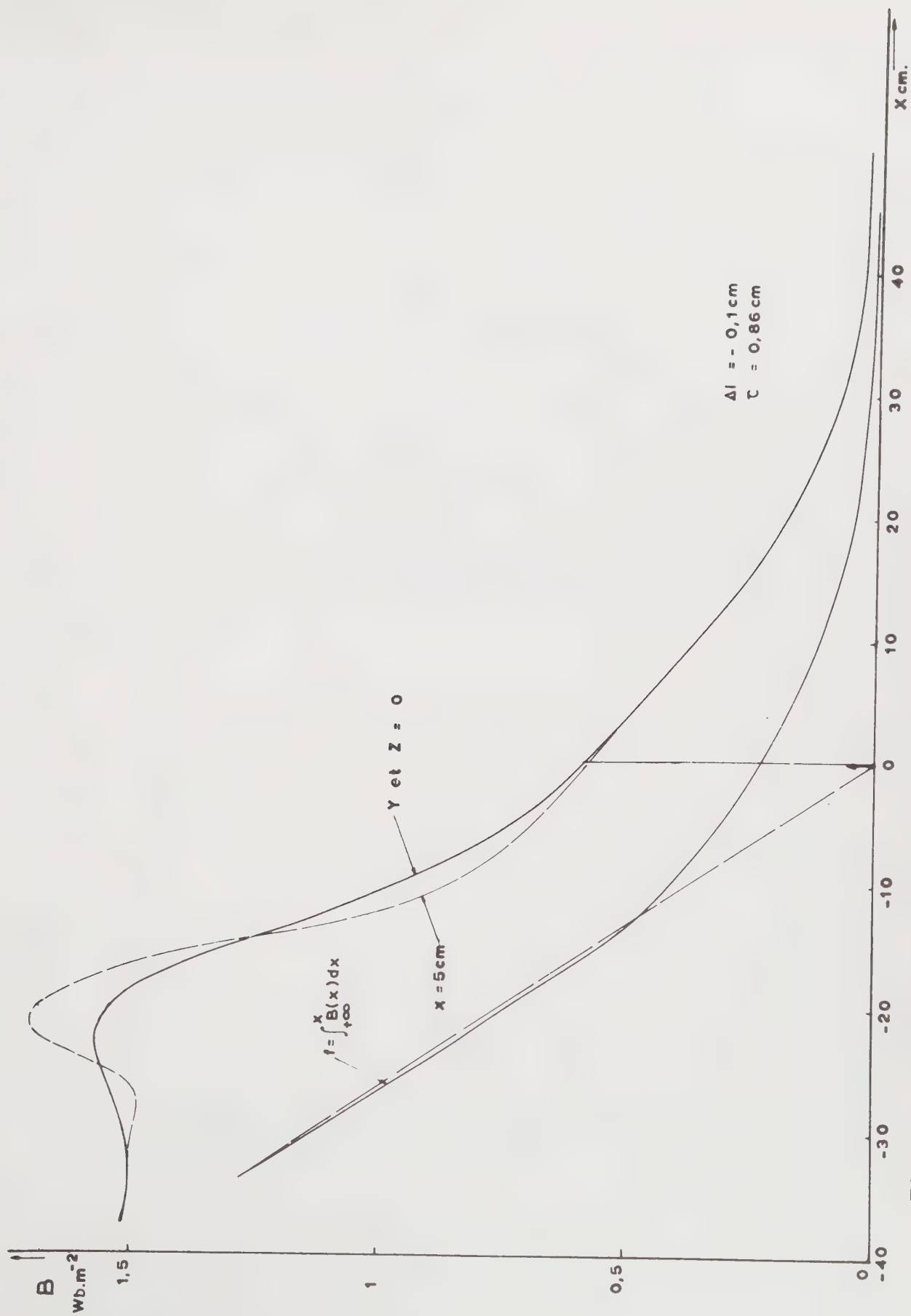


Fig. 28 - Champ de bord à la sortie du secteur de 36° corrigé

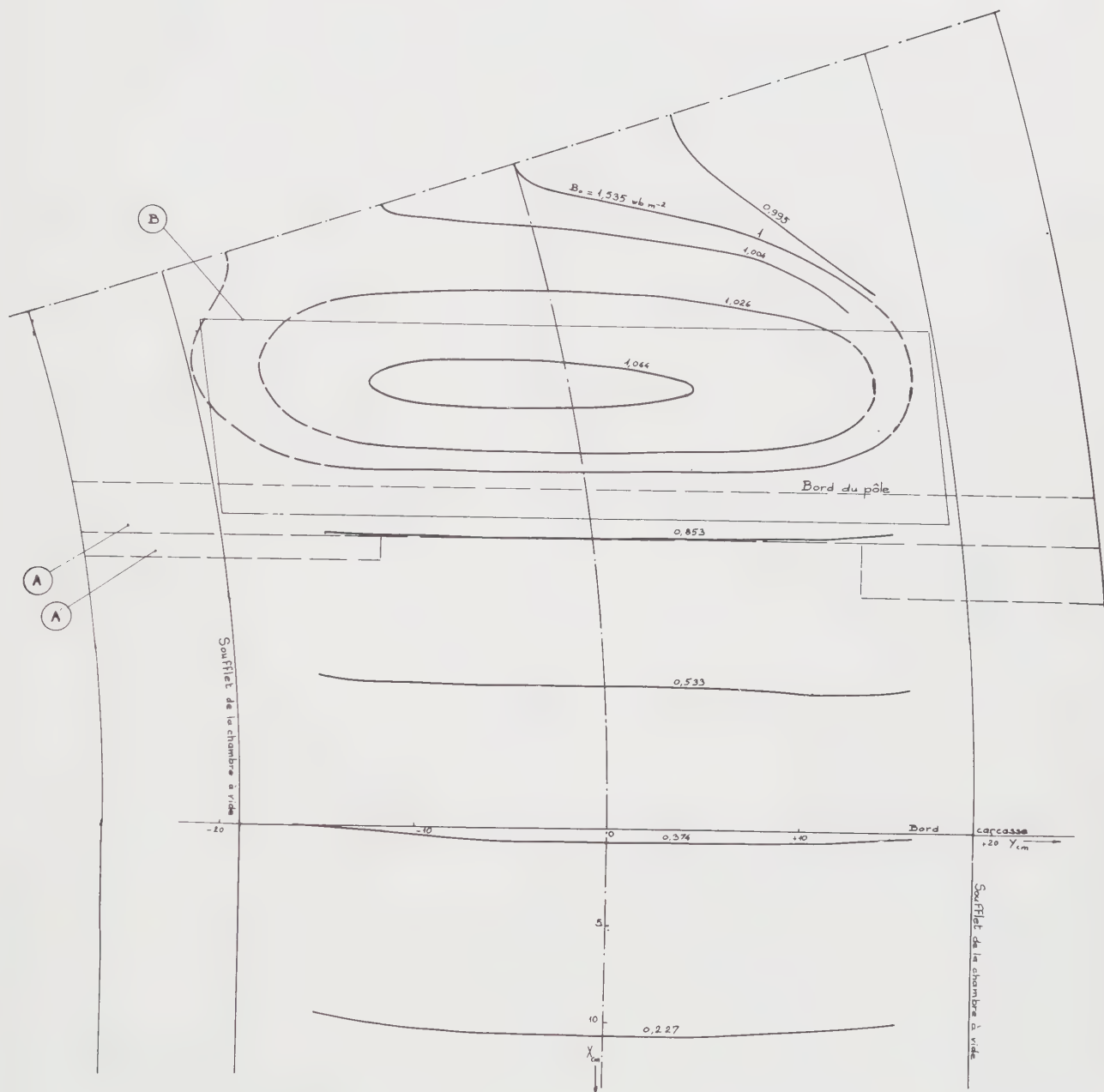


Fig. 29. Courbes équichamp (secteur 36°). En tireté long sont représentées les plaques de correction de champ de bord.

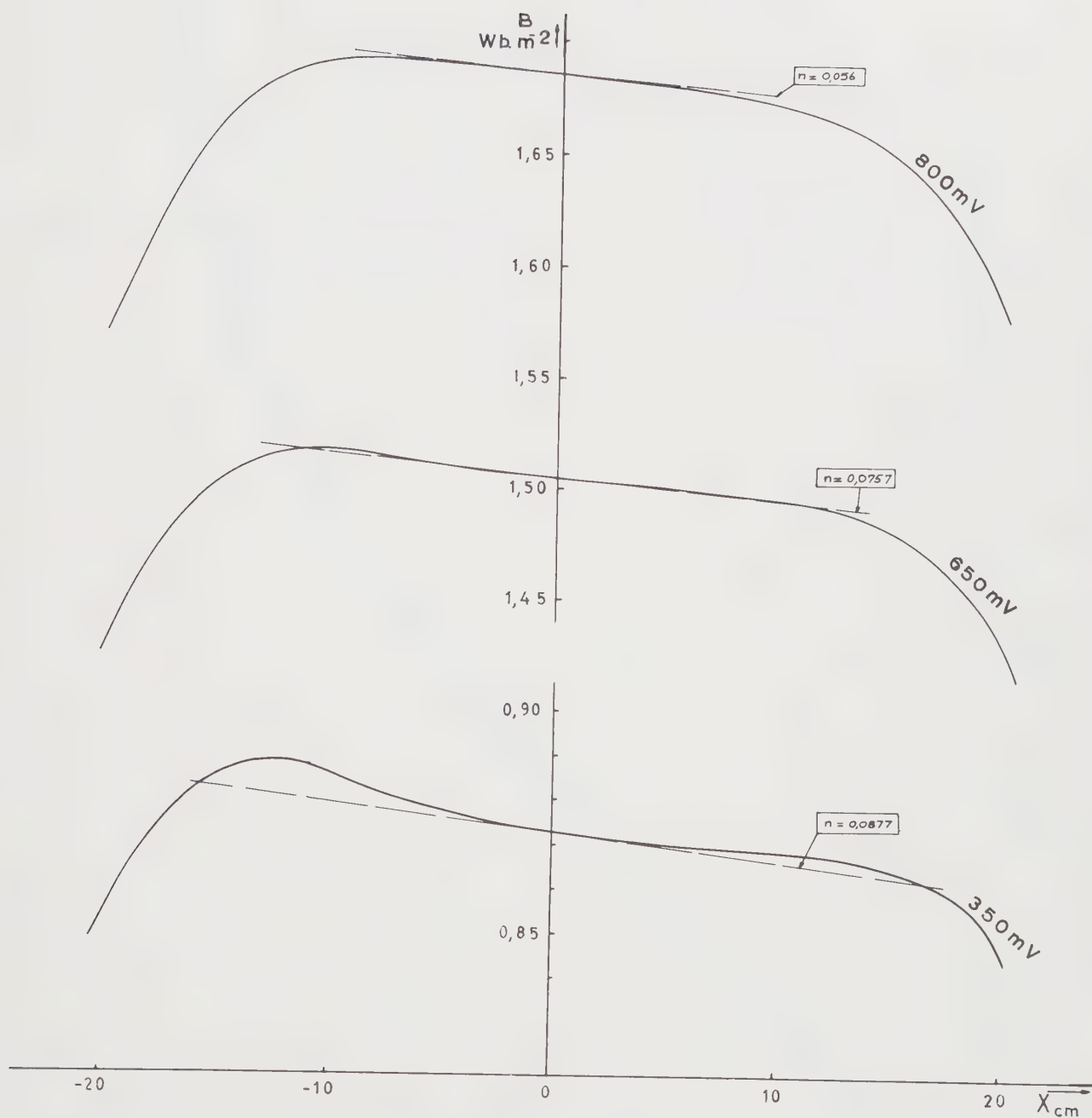


Fig.30 - Secteur de 36°
a) courbes radiales

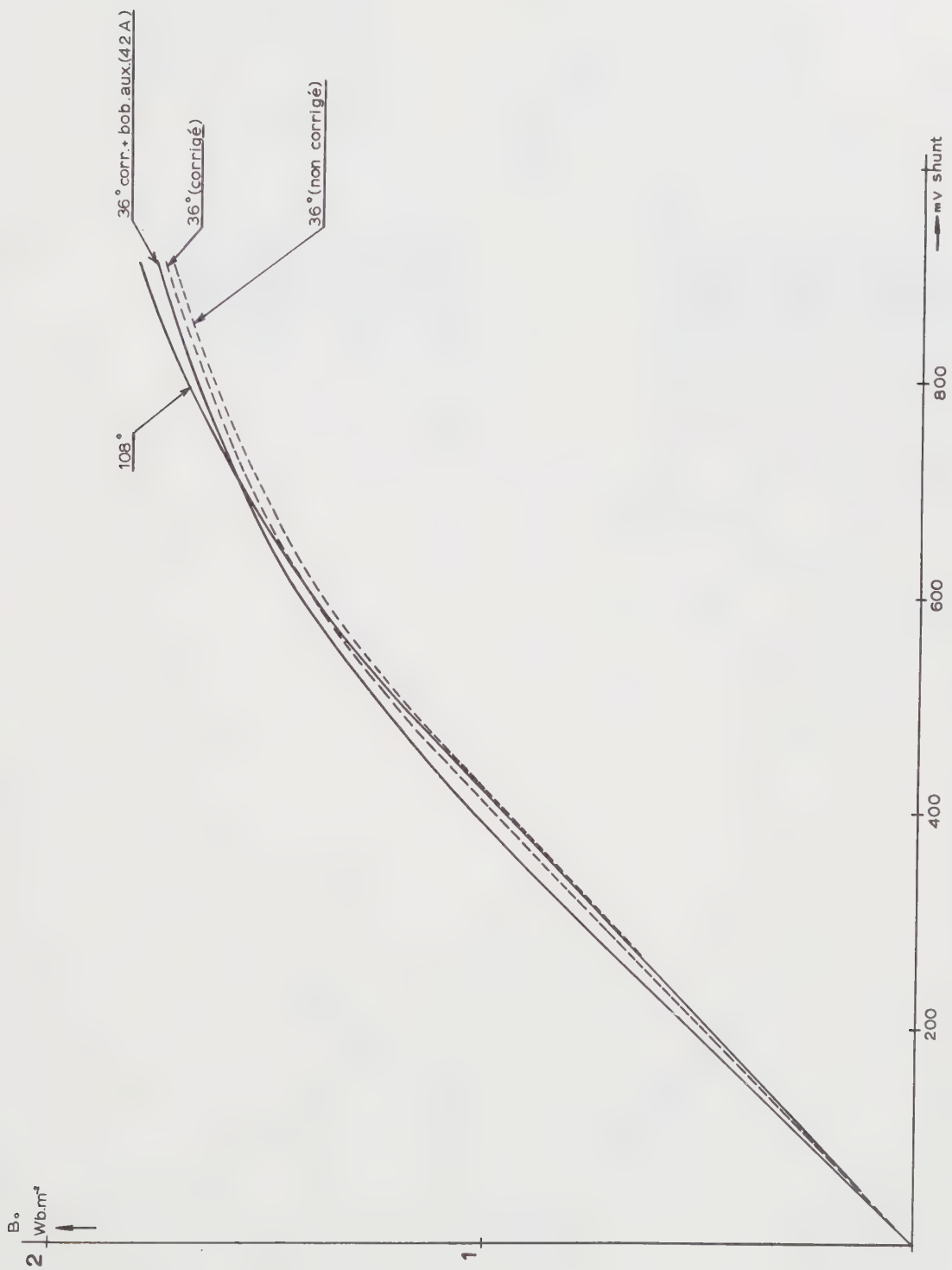


Fig.30 - Secteur de 36°

b) Courbes d'induction - Comparaison avec les secteurs de 108°

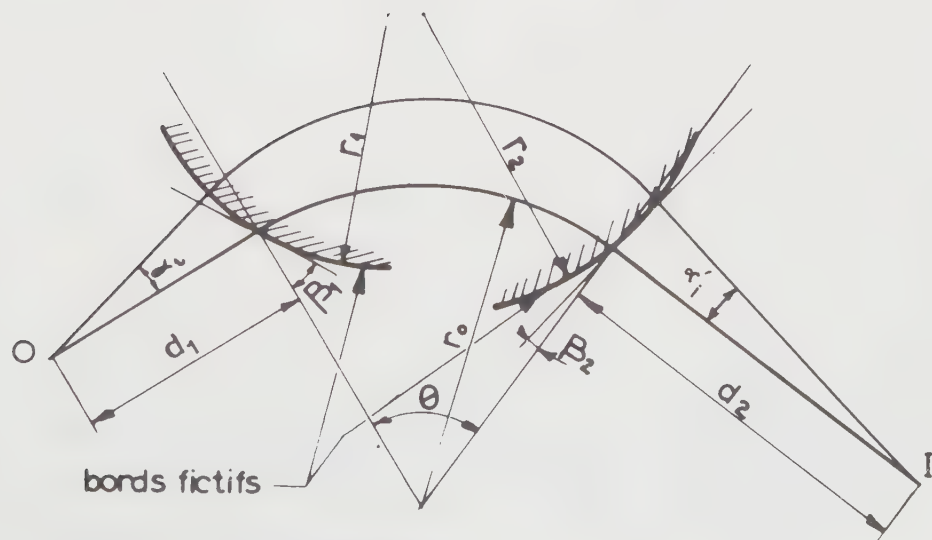
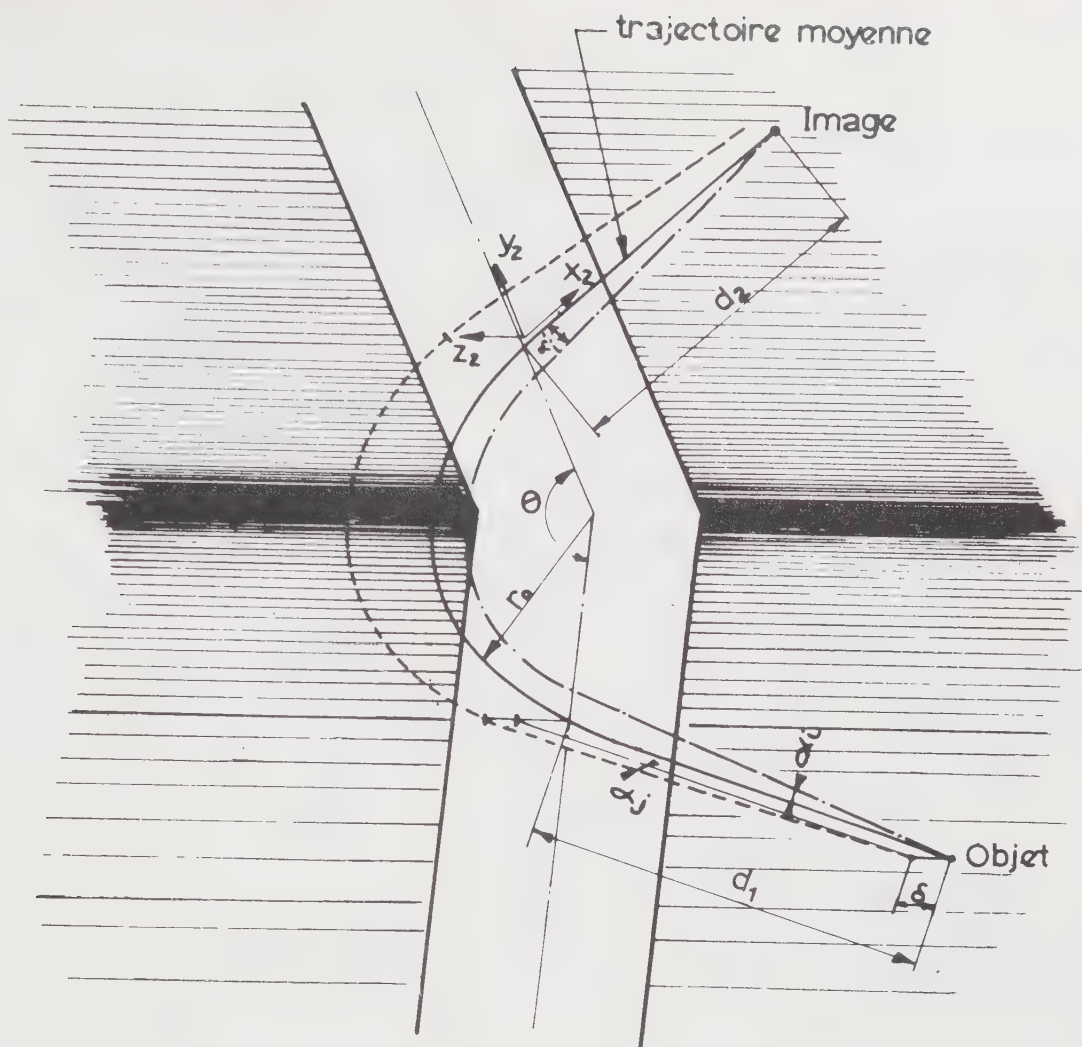


Fig. 31 - sur cette figure r_1 et r_2 sont positifs
 β_1 et β_2 sont négatifs

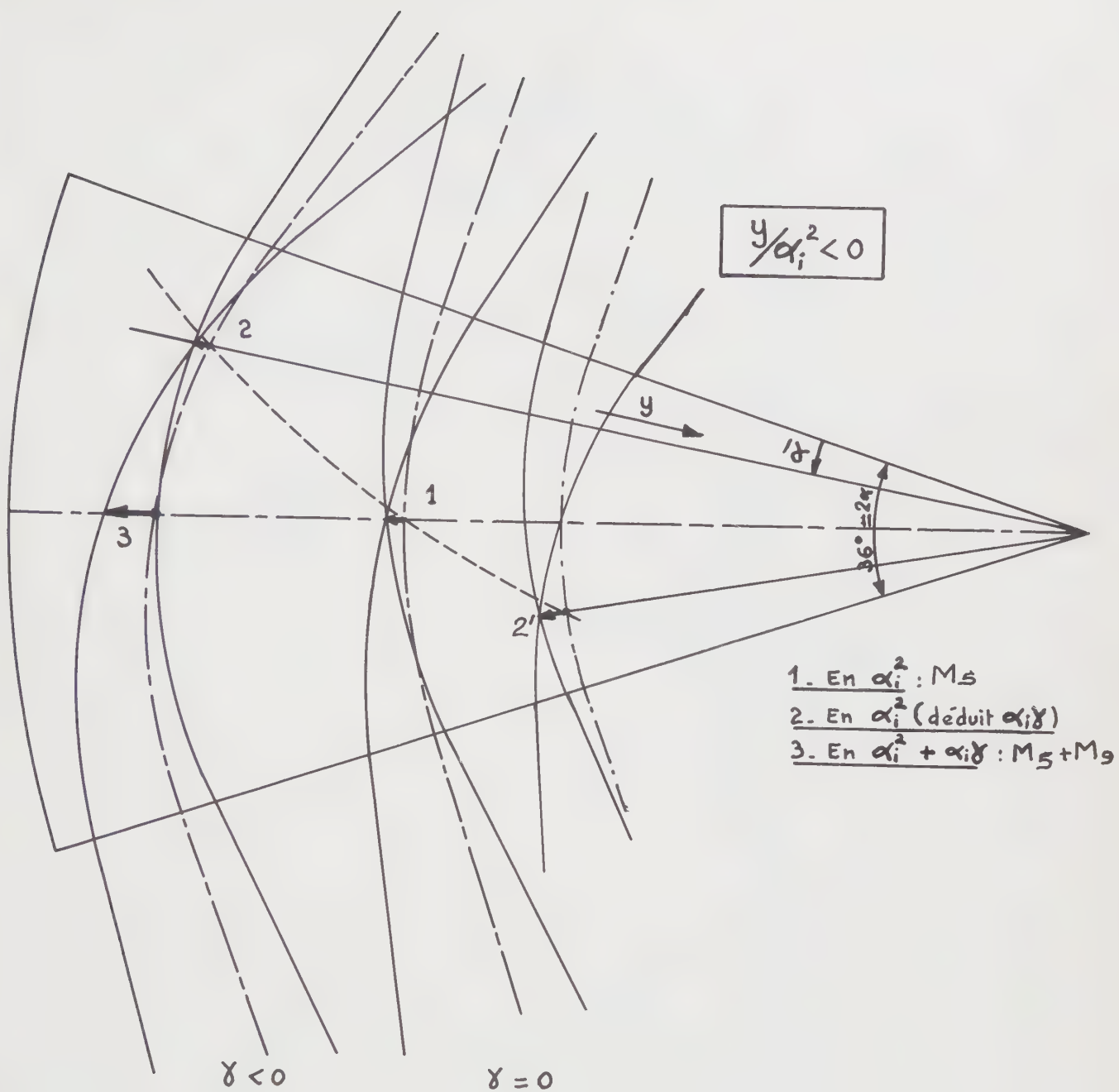


Fig.32. Aberrations sur la surface image intermédiaire

Le terme en γ^2 apparait sur l'angle en 3 ($\neq 0$)
et dans la dispersion

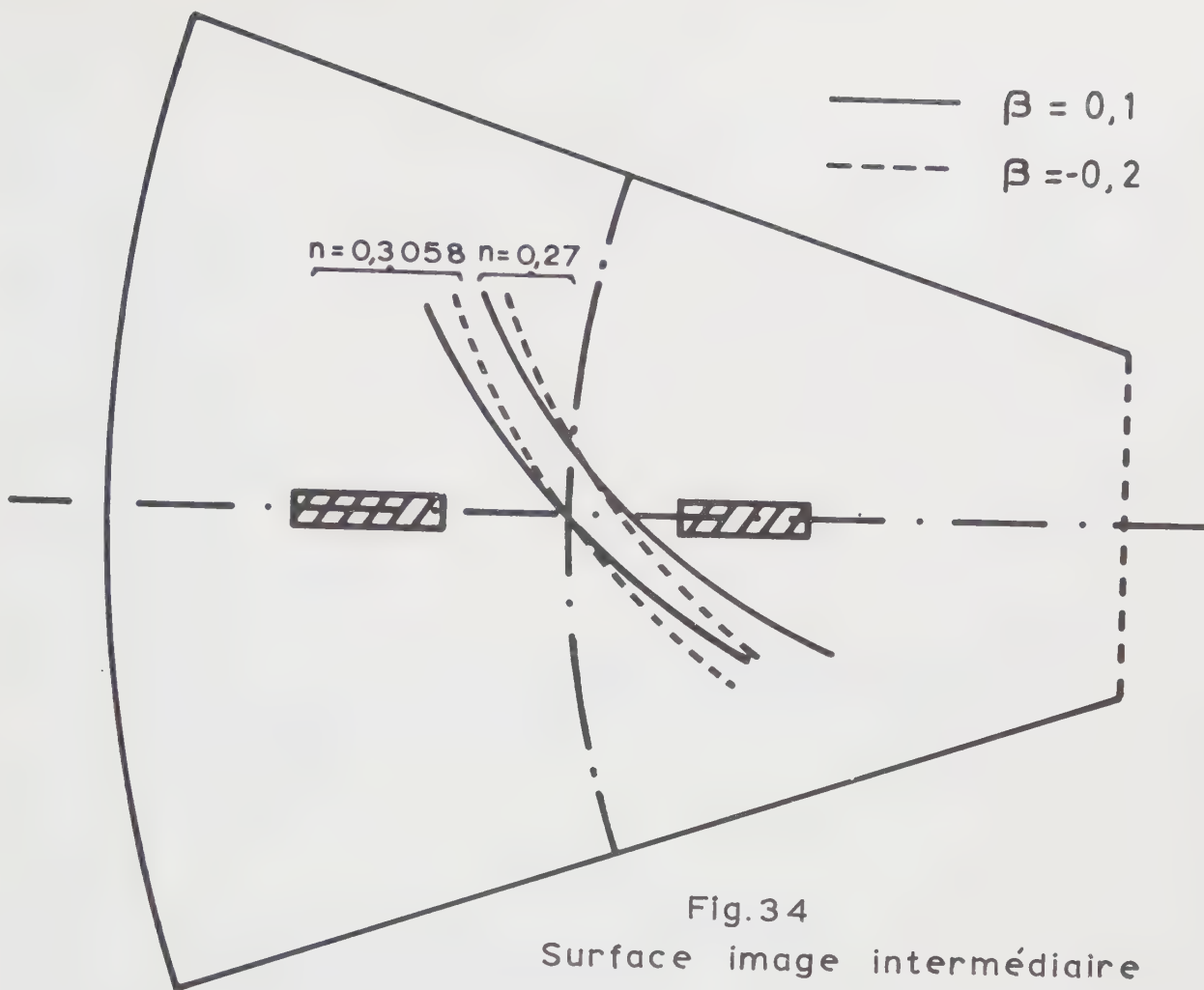


Fig.34
Surface image intermédiaire

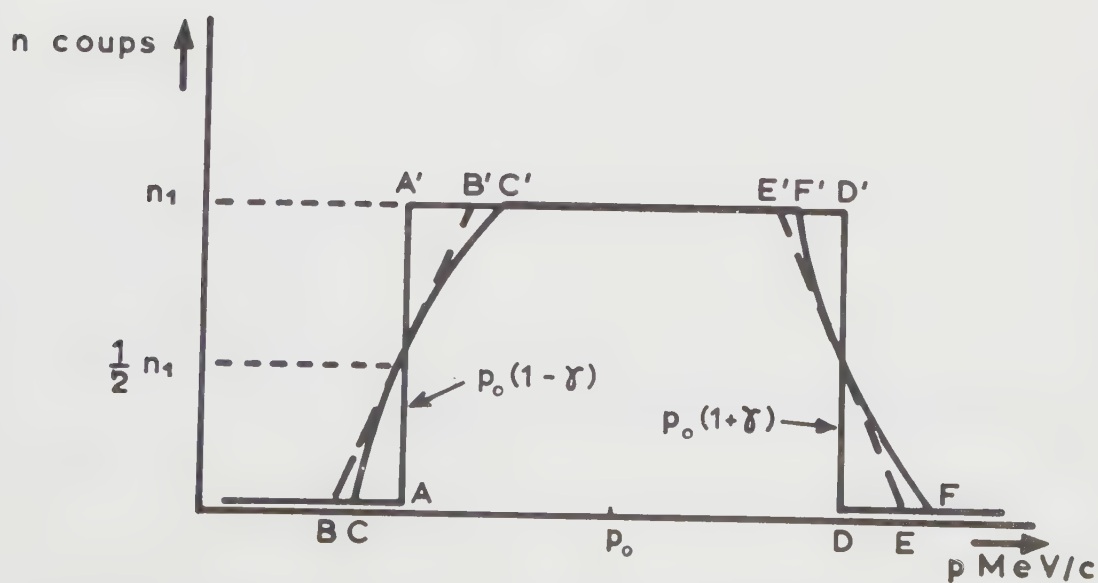


Fig.35 - Effets des aberrations


```

PAF
1=26 A B
1=9 C
1=2 N
1=38 M
1 LIRE N1 N2 R D L
2 LIRE A0
3 CALCULER X=2(N1-N2)/(1-N1)
4 CALCULER E= COS A0
5 CALCULER F= SIN A0
6 CALCULER A11=(2X-3)/6R
7 CALCULER G=1-N1
8 CALCULER H=G
9 CALCULER B11=XH/6R2
10 CALCULER A21=-F2/2R
11 CALCULER A12=RX/6G
12 CALCULER B12=(2X-3)/6H
13 CALCULER A22=RE(1-E)/2
14 CALCULER A13=R(X(5-3π/2)+3πN1/2-3)/6G2
15 CALCULER B13=(X+3N1-6)/6GH
16 CALCULER A14=X/3H
17 CALCULER B14=X/3R
18 CALCULER A15=(6-4X+3(X-N1)π/2)/6G
19 CALCULER B15=(X-3N1+6)/6RH
20 CALCULER A16=(R(X-3N1+6)/6GH)
21 CALCULER B16=(-X(4-3π/2)-3N1π/2)/6G
22 CALCULER A26=RF(1-E)
23 CALCULER C1=E(A11D2+A12+A14D)+(B11D2+B12+B14D)(EL+RF)+A21(R/H-HDL/R)2+A22H2/R2+EF(LH2/R2-D)
24 CALCULER C2=E(A13+B13L)-RFB13+A21(R/G+L/H)2+A22/G-RF2/2+EF(L/H+R/G)/H+EF2(R/G+L/H)+A26/H
25 CALCULER C3=E(A15D+A16+(B15D+B16)L)+RF(B15D+B16)+2A21(R2/GH-L2D/R+L(R/G-D/H))-2A22/R
+EF(R/G-D/H-LD/R-LD/R)+F2(R/H-HDL/R)-A26H/R
26 CALCULER C4=E(R/G+L/H)+RF/H-R(1-E)
27 CALCULER C5=DE+F(R/G-DL/R)
28 CALCULER V= ARC TG (RC3/C4C5)
29 CALCULER Y=C4(FD-E(R/G-DL/R))/C3
30 SI VARIANTE ALLER EN 33
31 IMPRIMER AVEC 3 DEC C1 TAB C2 TAB C3 RC V TAB C4 TAB Y RC RC
32 ALLER EN 2
33 LIRE M0 M1
34 CALCULER M2=-M0H(E(R/H-HDL/R)-HFD)/R+(R/H-HLM0/R)(-F(R/H-HLD/R)/R-EHD/R)
35 CALCULER M31=-F(A15B+A16+(B15D+B16)L)/R+E(B15D+B16)+FD/R+F(R/H-HLD/R)/R
36 CALCULER M33=2(E(R/H-HLD/R)-FHD)(E(R/G+L/H)+RF/H-R(1-E))
37 CALCULER M34=2(-F(R/H-DLH/R)/R-EDH/R)(-F(R/G+L/H)/R+E/H-F)
38 CALCULER M36=(E(R/H-HLD/R)-FHD)(-F(R/G+L/H)/R+E/H-F)+(E(R/G+L/H)+RF/H-R(1-E))(-F(R/H-DLH/R)/R-EHD/R)
39 CALCULER M37=E(R/H-DLH/R)-FHD
40 CALCULER M38=-F(R/H-DLH/R)/R-EHD/R
41 CALCULER C6=-HC3M0/R+M31(R/H-HLM0/R)+(A11+B11M0)M33+(A11L2+A12+A14L+M0(B11L2+B12+B14L))M34
+(A14+2L(A11+B11M0)B14M0)M36+(A15+B15M0)M37+(A15L+A16+(B15L+B16)M0)M38
42 CALCULER C9=C6M1+M2
43 IMPRIMER AVEC 4 DEC RC C9 RC
44 SI VARIANTE ALLER EN 33
45 CALCULER M11=-(A11D2+A12+A14D+(D2B11+B12+B14D)L)/F/R+E(B11D2+B12+B14D)-FD2G/2R2
46 CALCULER M13=(E(R/H-HLD/R)-FHD)2
47 CALCULER M14=((R/H-HLD/R)F+EDH)2/R2
48 CALCULER M16=-EF(R/H-HLD/R)2/R+EFGD2/R+(E2-F2)(GLD2/R2-D)2
49 CALCULER C6=-HM0C1/R+(R/H-HLM0/R)M11+(A11+B11M0)M13+(A11L2+A12+A14L+(B11L2+B12+B14L)M0)M14
+(A14+2L(A11+B11M0)B14M0)M16
50 CALCULER M21=-F(A13+B13L)/R+EB13F/2G-F+F(R/G+L/H)/R
51 CALCULER M23=(E(R/G+L/H)+RF/H-F)2
52 CALCULER M24=-F(R/G+L/H)/R+E/H-F2
53 CALCULER M26=(E(R/G+L/H)+RF/H-R(1-E))(-F(R/G+L/H)/R+E/H-F)
54 CALCULER M27=-R(1-E)+E(R/G+L/H)+RF/H
55 CALCULER M28=-F(R/G+L/H+R)/R+E/H
56 CALCULER C7=-HM0C2/R+(R/H-HLM0/R)M21+(A11+B11M0)M23+(A11L2+A12+A14L+(B11L2+B12+B14L)M0)M24
+(A13+B13M0)+(A14+2L(A11+B11M0)B14M0)M26+(A15+B15M0)M27+(A15L+A16+(B15L+B16)M0)M28
57 INTERROGATION
58 IMPRIMER AVEC 3 DEC M0 TAB M1 RC C6 TAB C7 TAB C8 TAB C9 RC RC
59 SI VARIANTE ALLER EN 1
60 ALLER EN 33
61 FIN

```

Fig.36 -Programme de calcul au 2ème ordre des propriétés optiques du spectromètre à triple focalisation

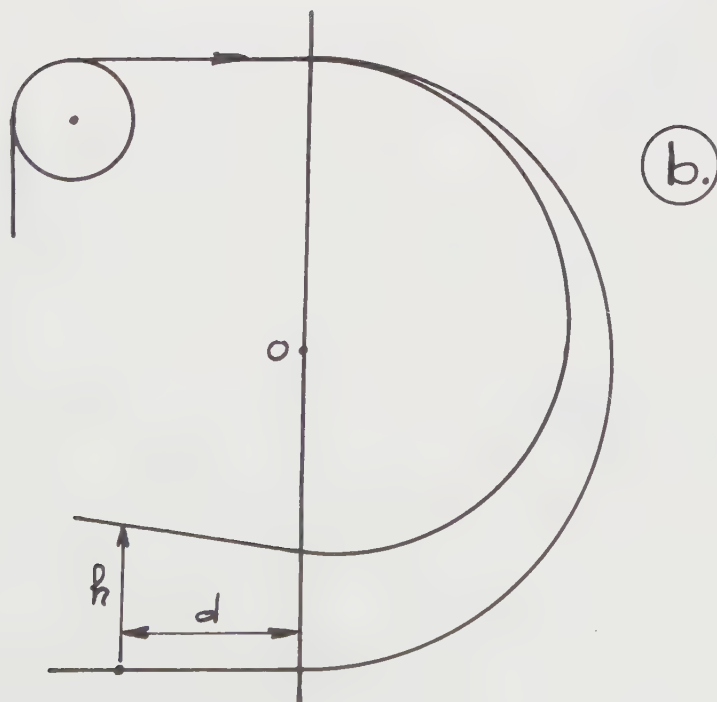
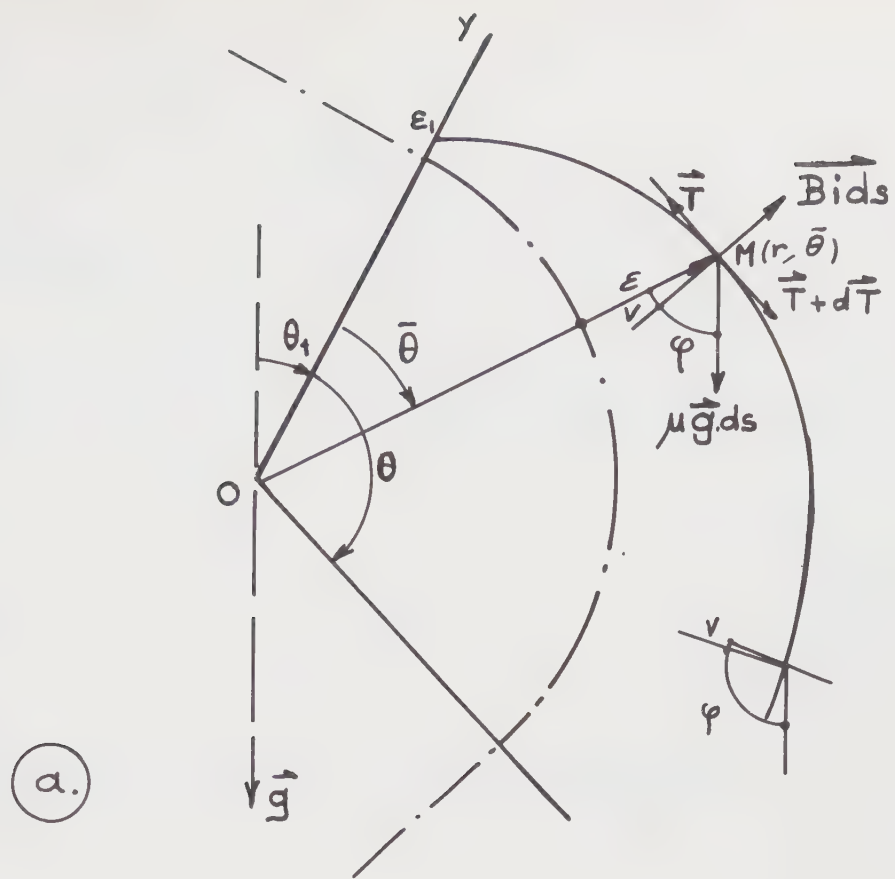


Fig.37 — Influence du poids du fil

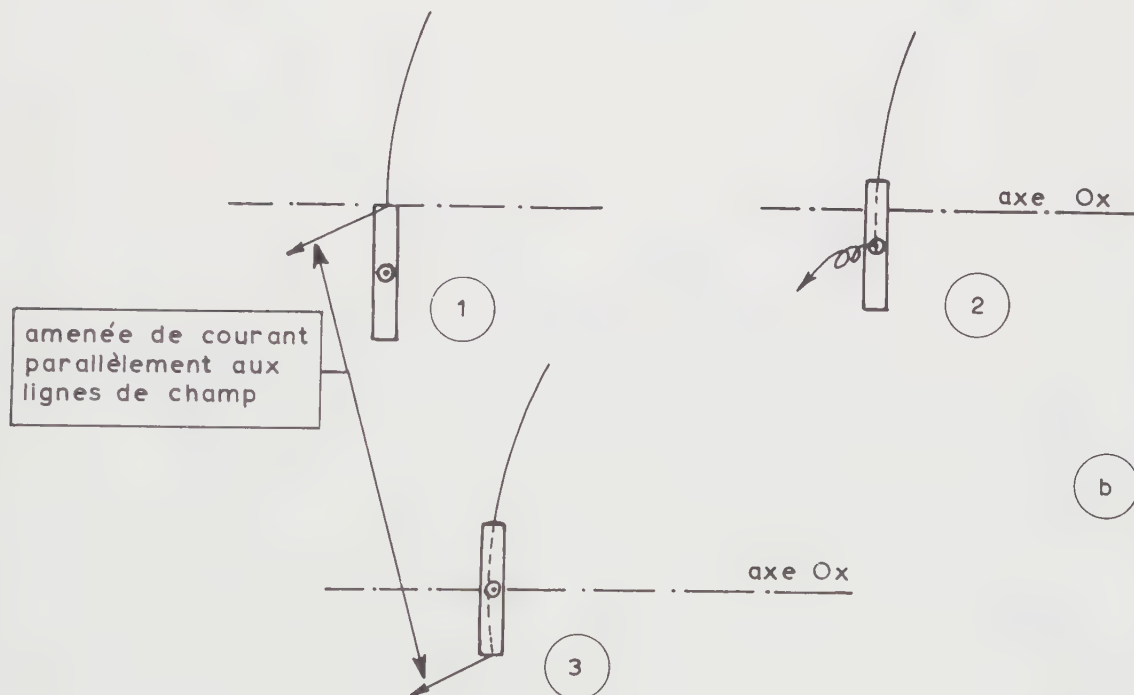
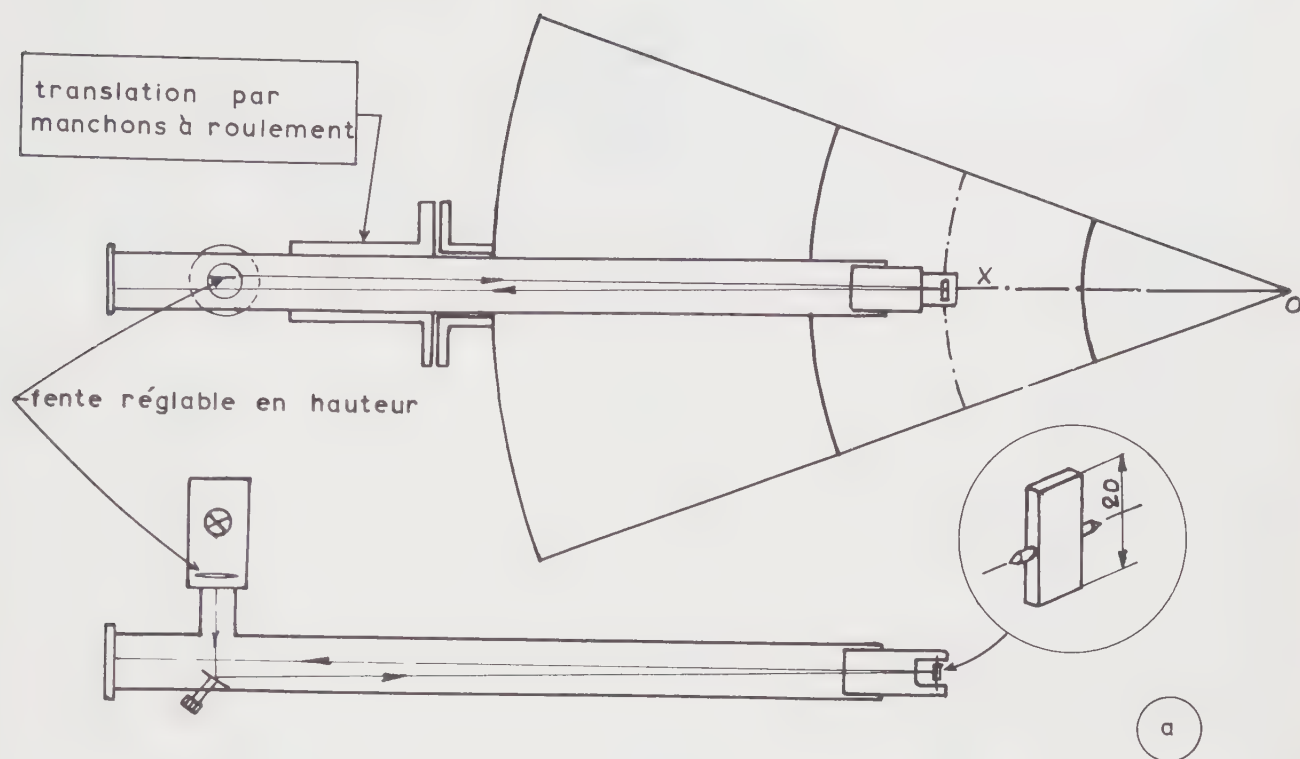


Fig. 38 - Equerre optique —

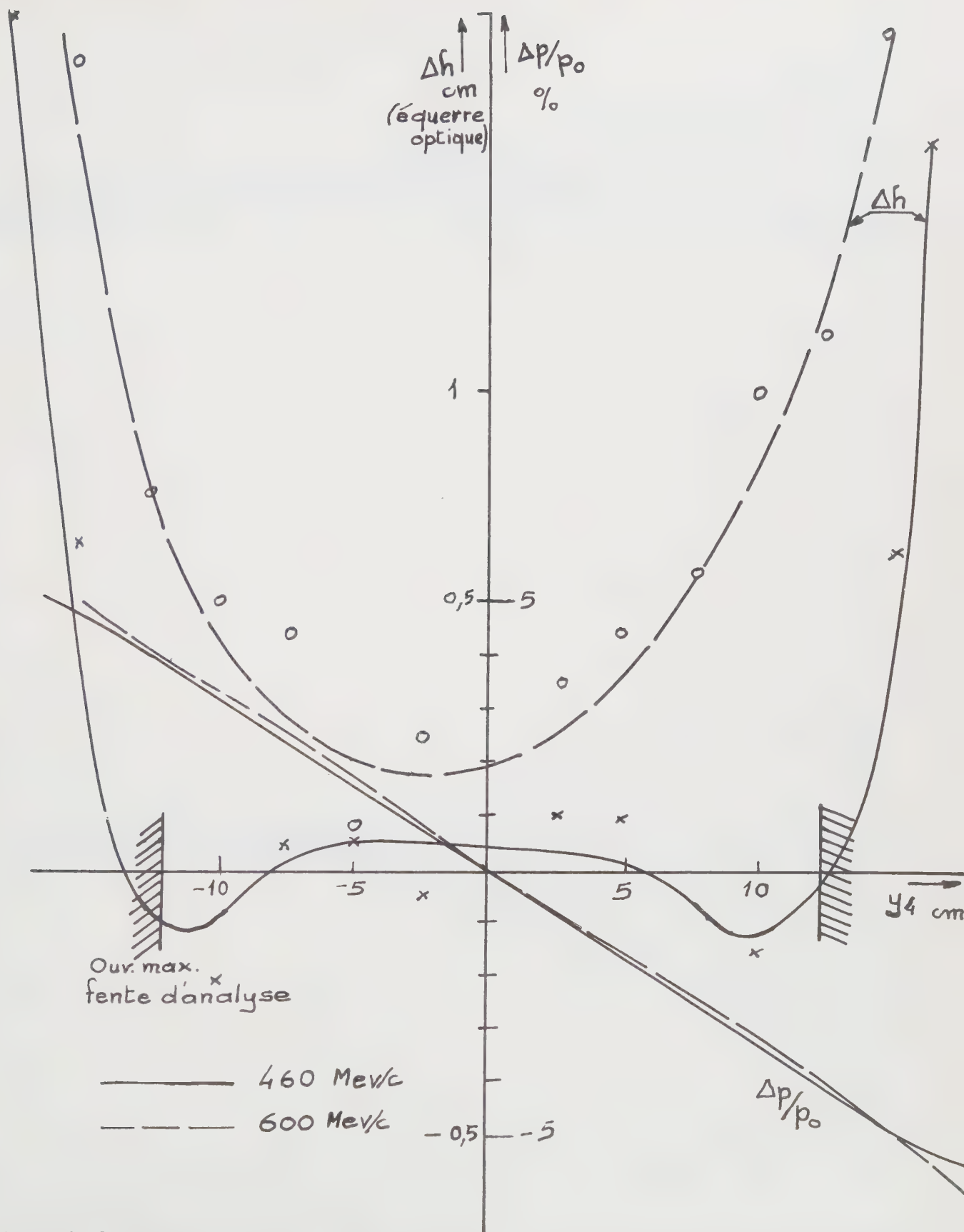


Fig. 39. Dispersion et aberrations au niveau de la fente d'analyse.

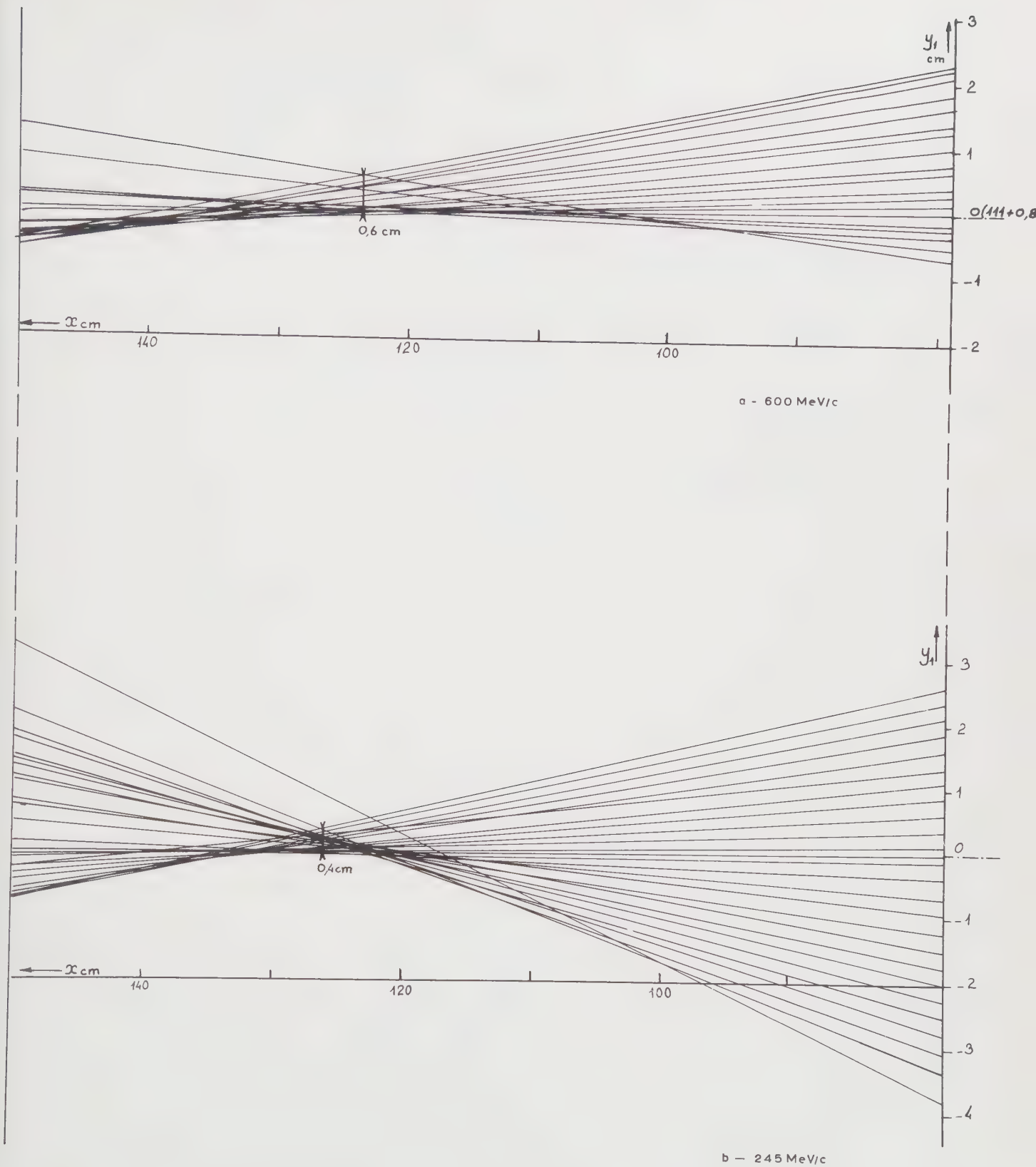


Fig.40 - ESPACE OBJET - : Le fil est fixé au milieu de la fente d'analyse

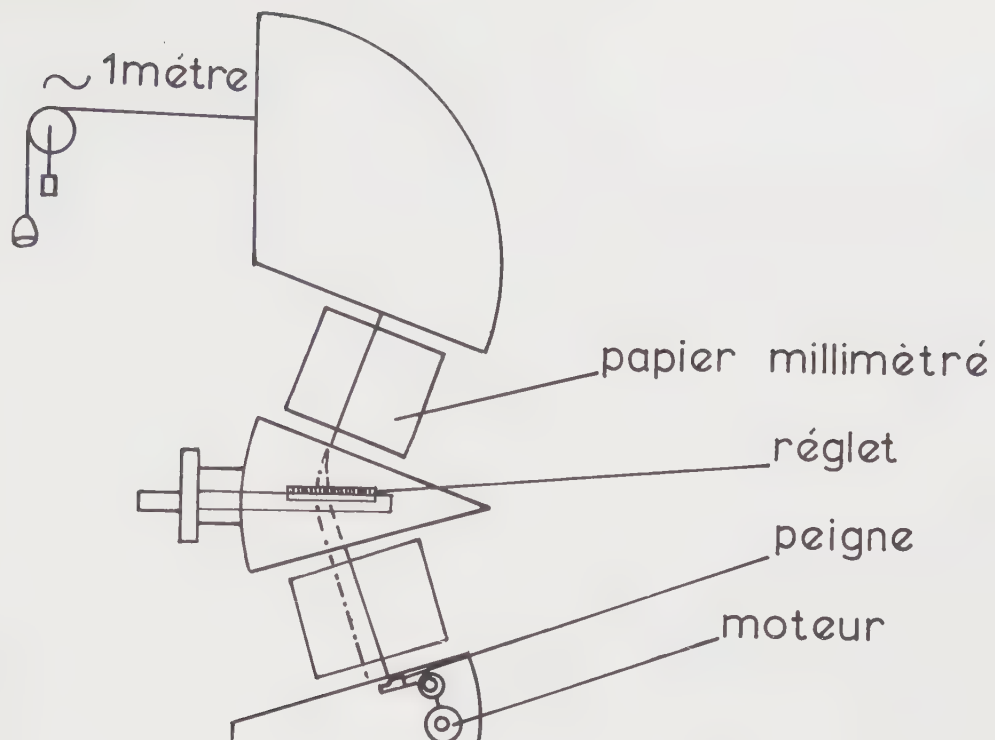


Fig.41 a.

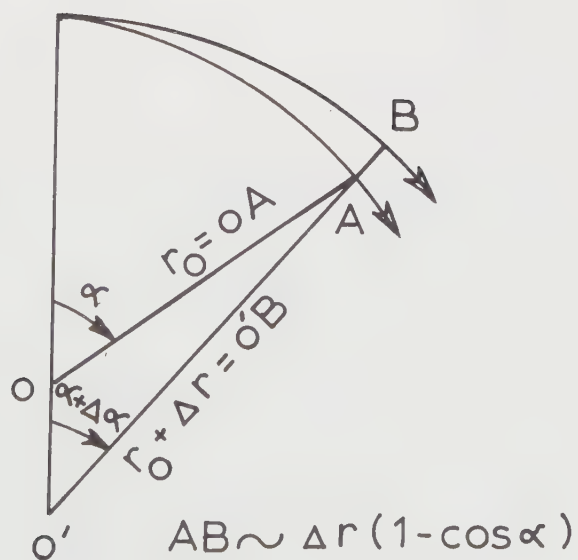


Fig.41 b.

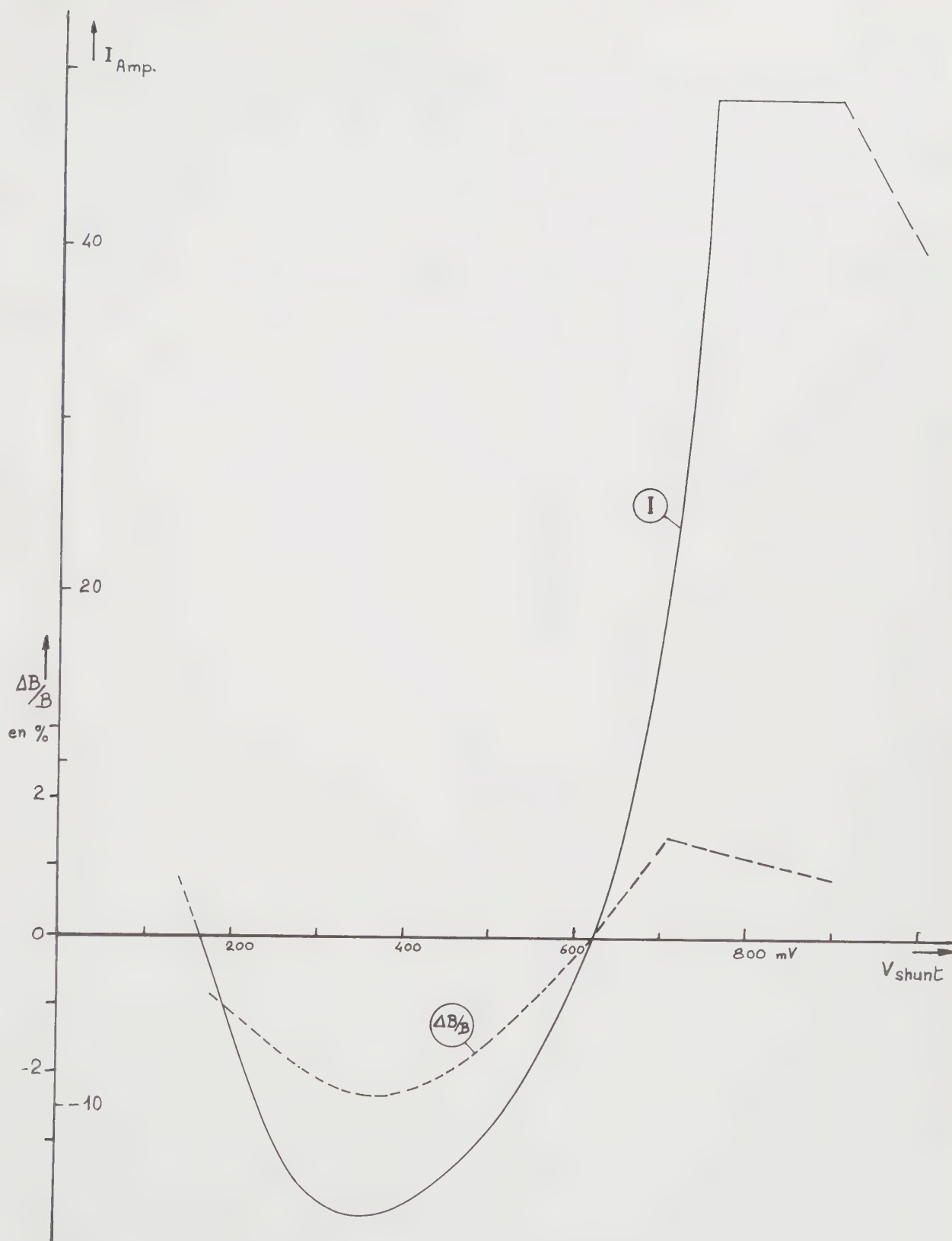
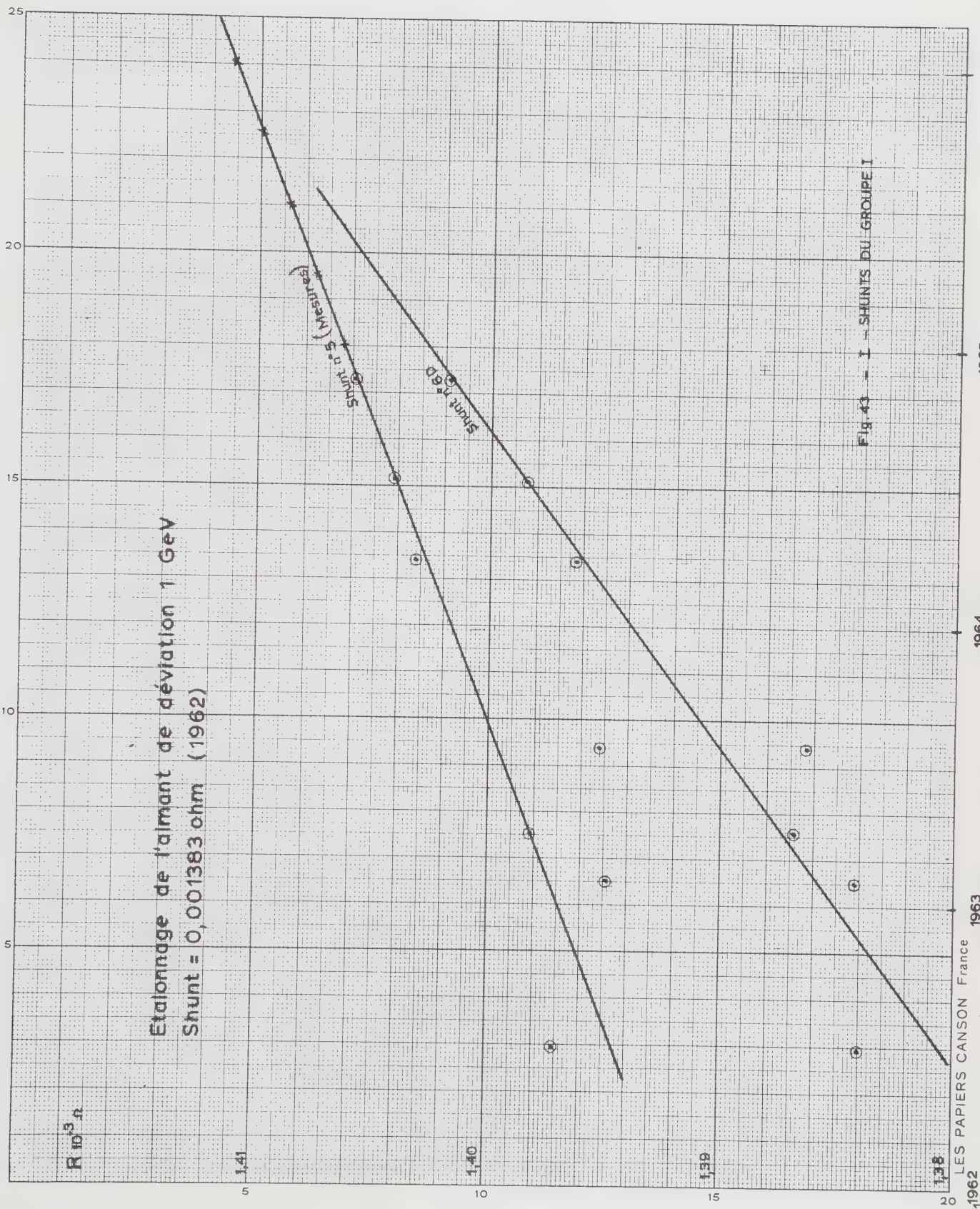


Fig. 42.a. Courant dans les bobines auxiliaires du secteur de 36°



Fig. 42 b. Etalonnage du spectromètre à triple focalisation par la méthode du fil.



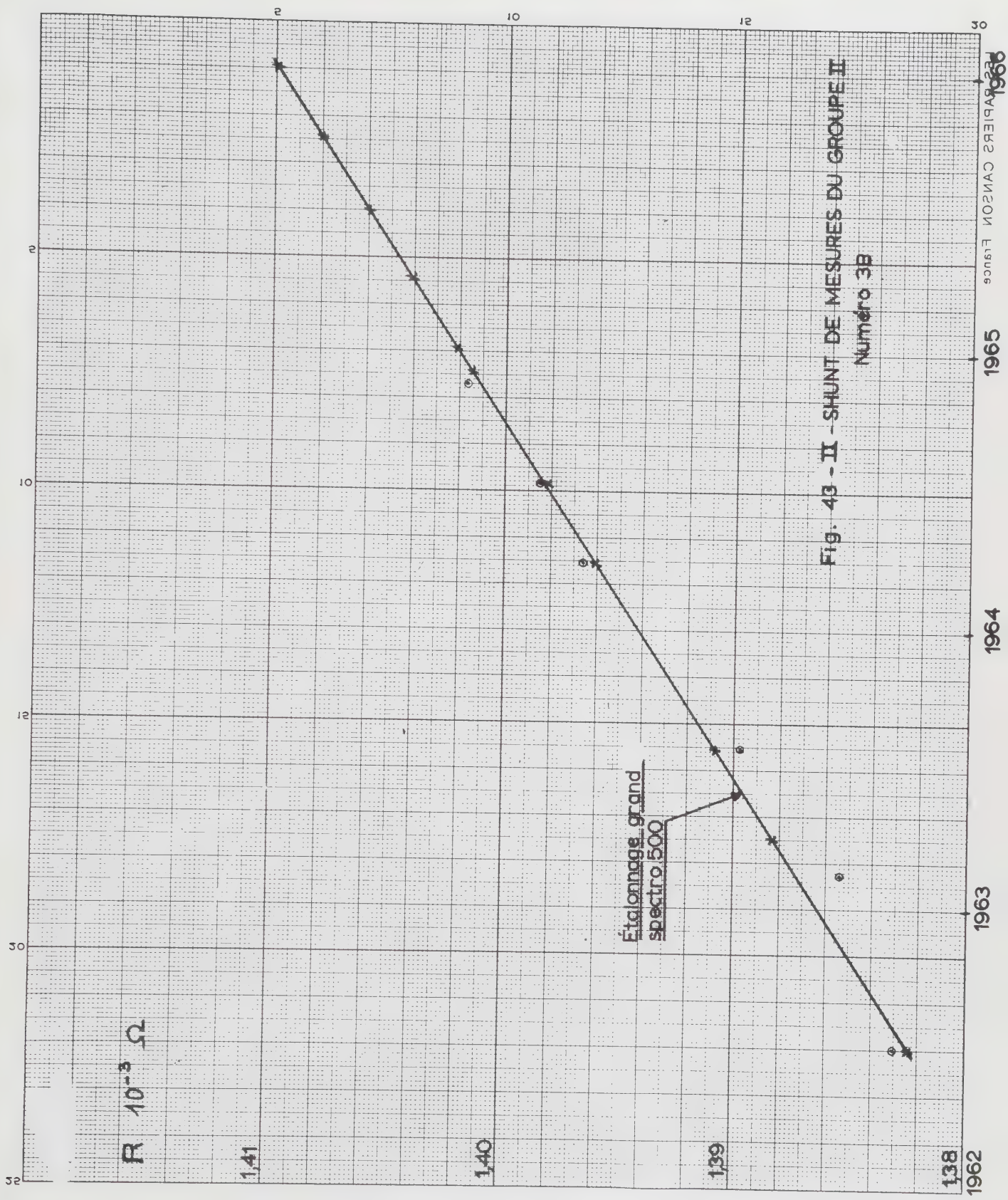


Fig. 43 - II - SHUNT DE MESURES DU GROUPE II
 Numéro 3B

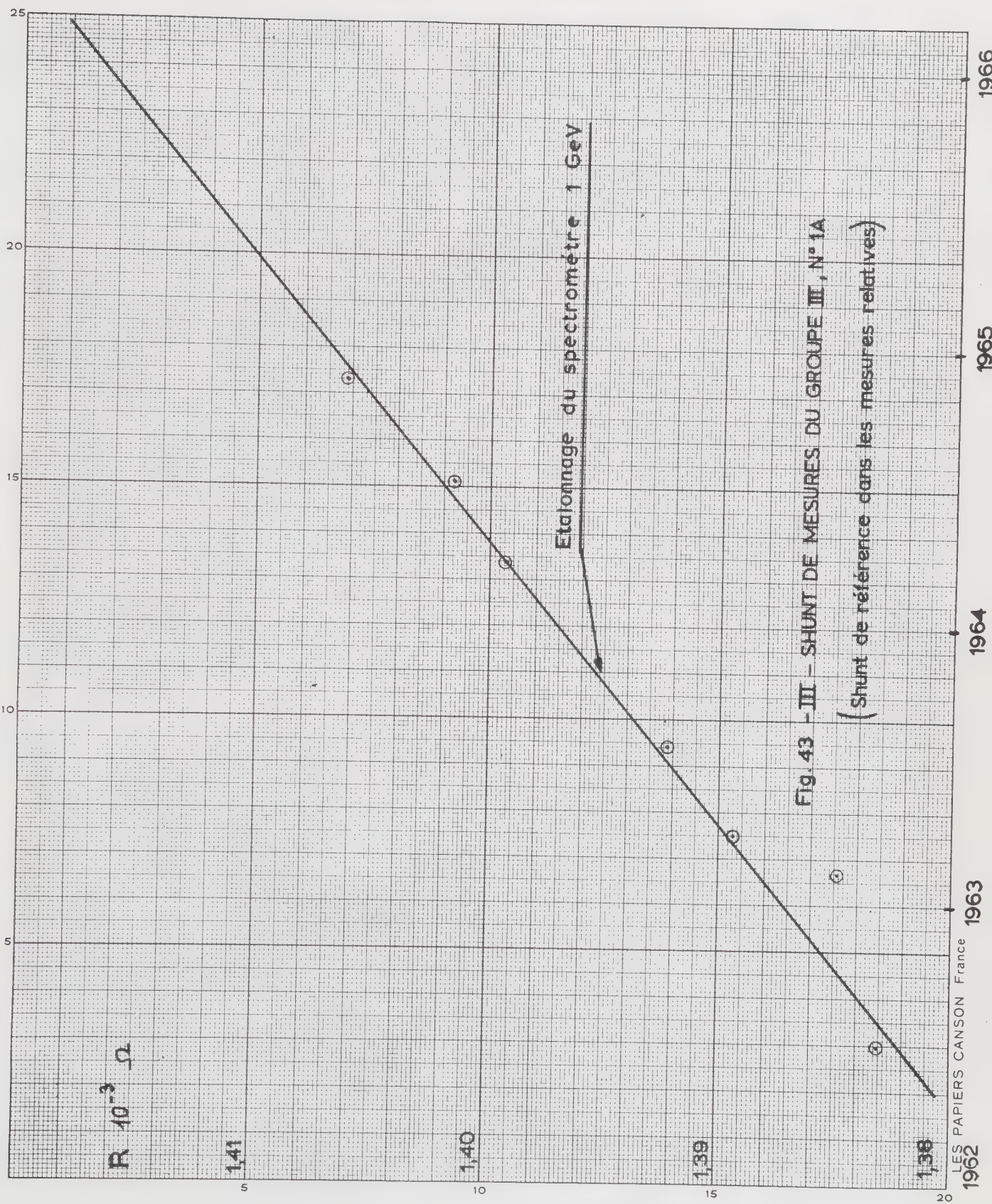


Fig 43 - III - SHUNT DE MESURES DU GROUPE III, N° 1A
 (Shunt de référence dans les mesures relatives)

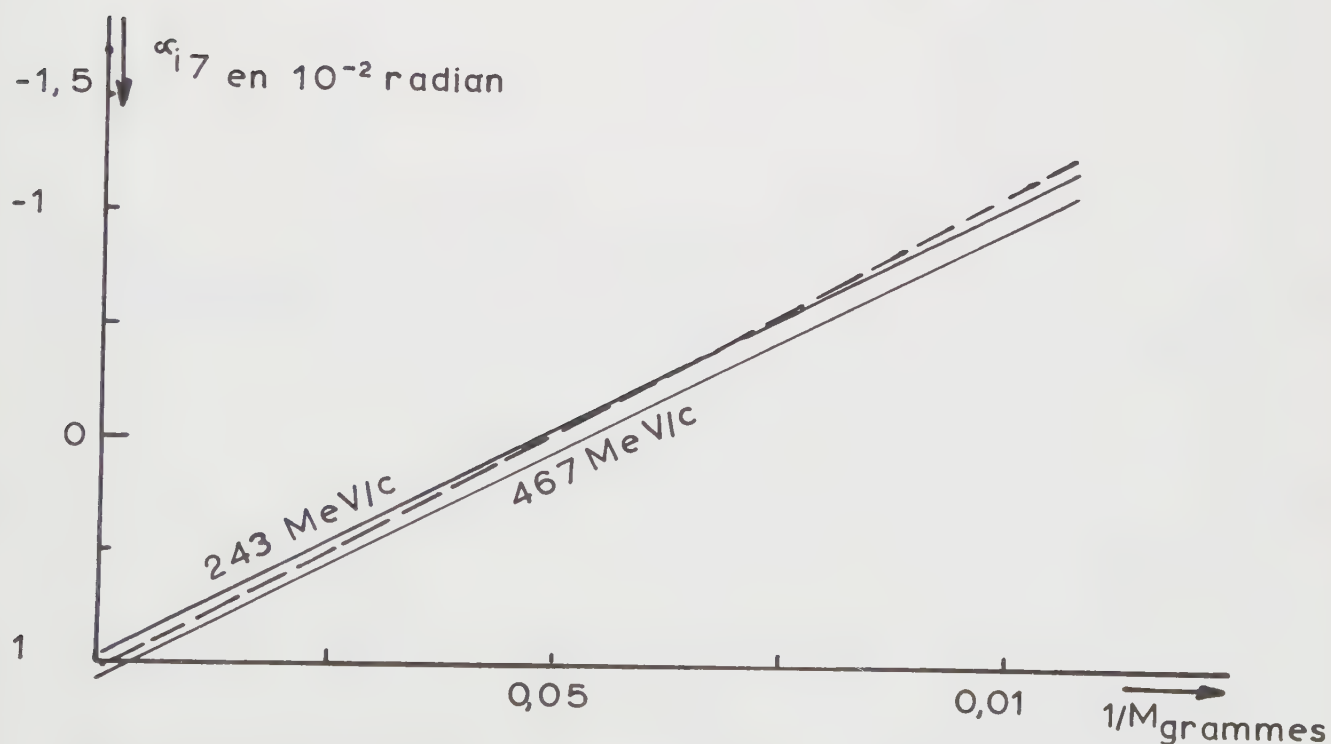
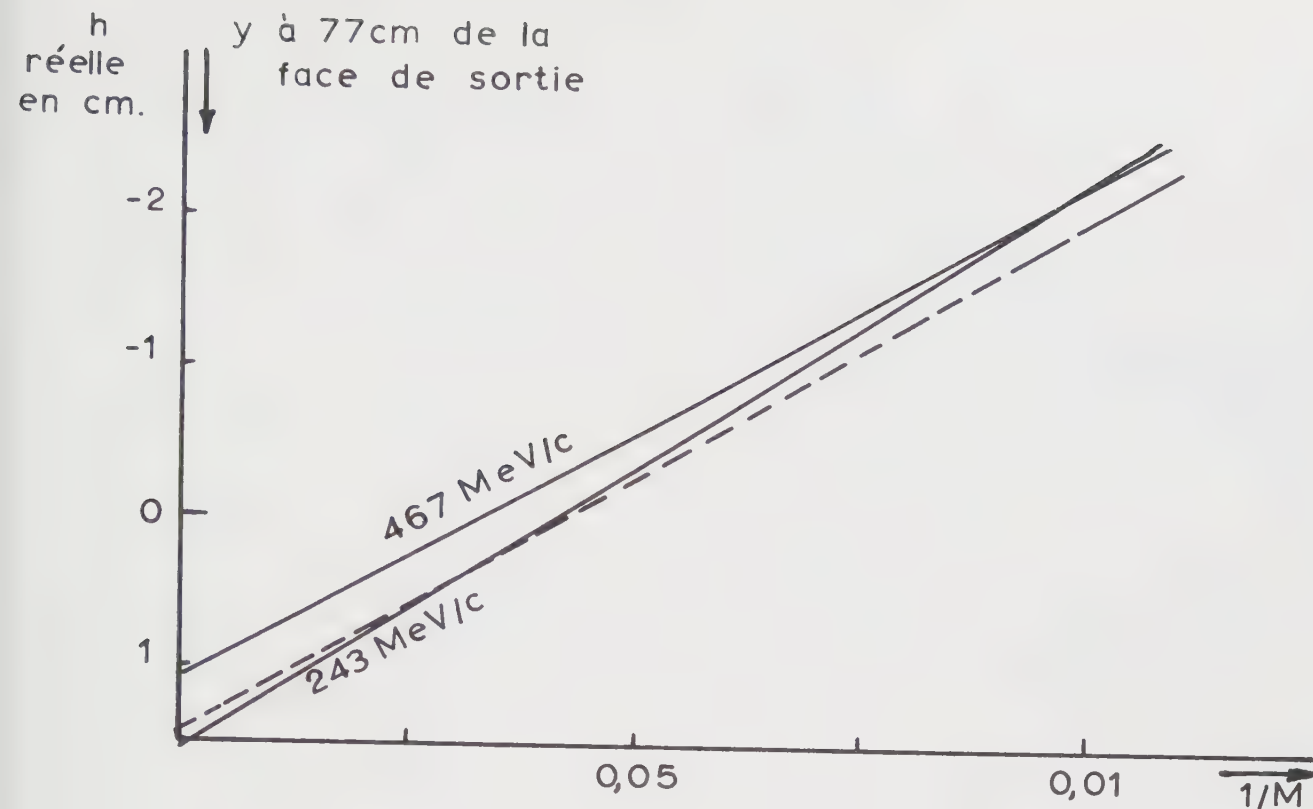


Fig.44 - Influence de la tension du fil sur la position du fil a la sortie.

En pointillé droite théorique pour une entrée à III + 1,8 cm.

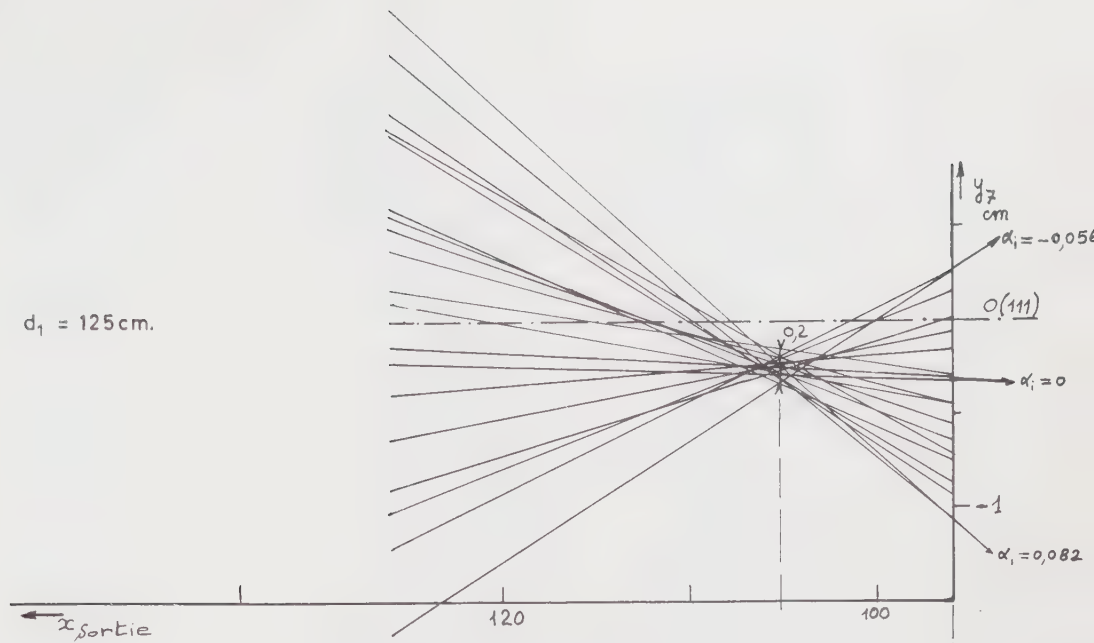


Fig.45-METHODE DU FIL: espace image pour $\frac{\Delta p}{p} = 0$

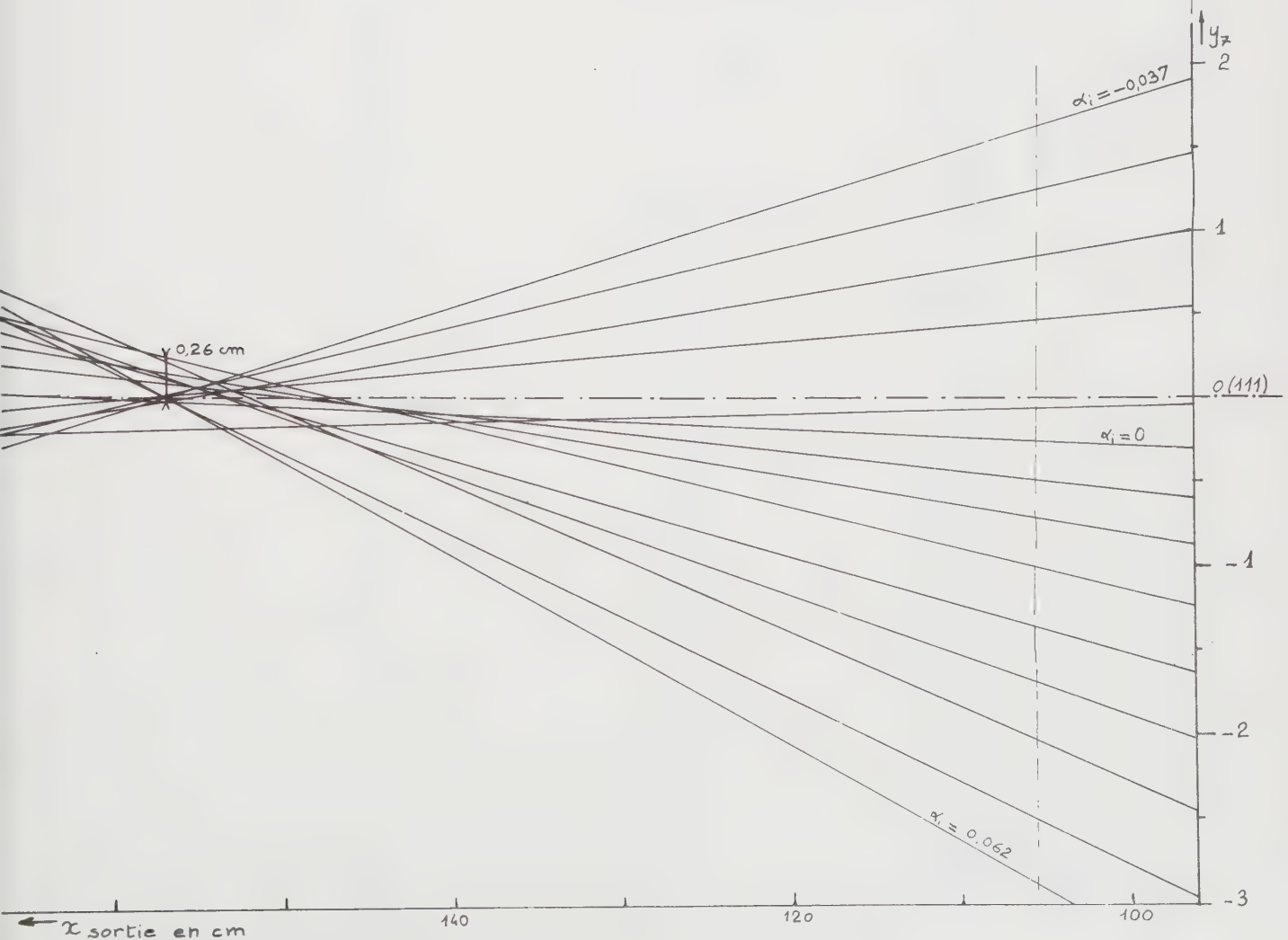


Fig.46-METHODE DU FIL: espace image du spectromètre à 460 MeV/c pour $\frac{\Delta p}{p} \approx \pm 3,27\%$

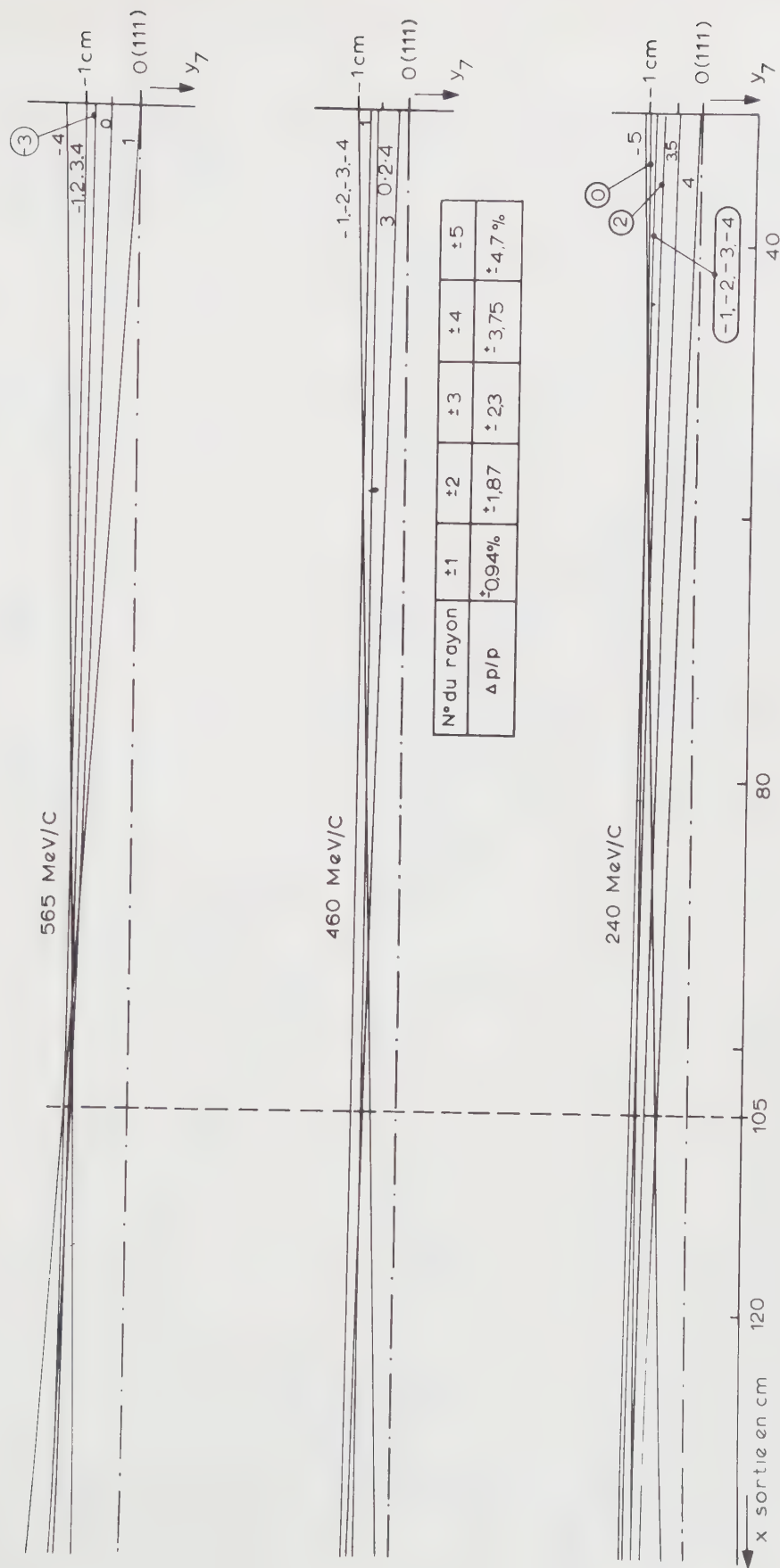
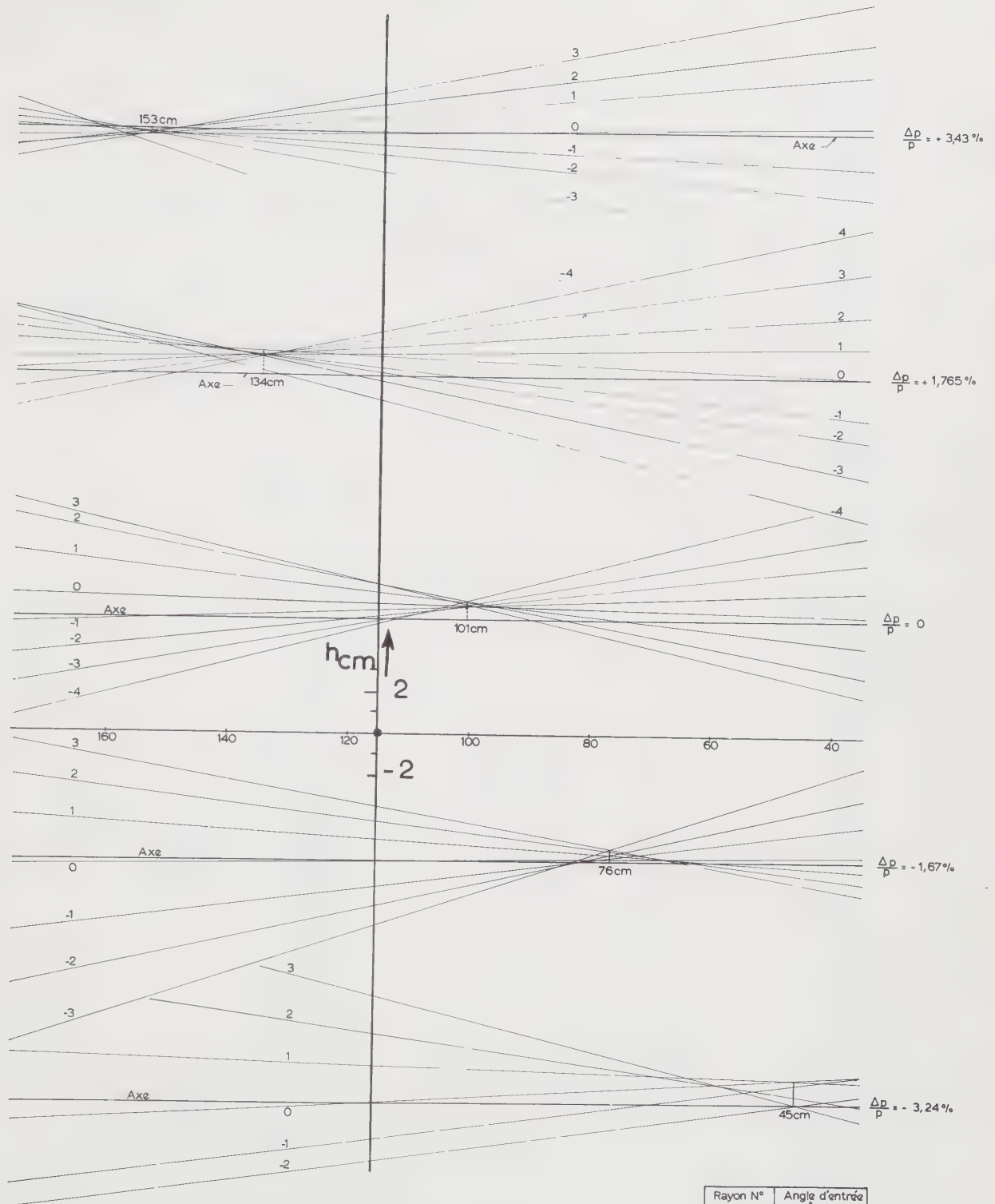


Fig.47 -METHODE DU FIL : focalisation en énergie. $\alpha_i = 0$



Le faisceau entre à $r_0 = 1110$ mm
 L'axe défini ici correspond à $r'_0 = 1118$ (475 p.r. au plancher)

Fig.49.Espace image: méthode du pinceau d'électrons
 à 540 MeV/c

Rayon N°	Angle d'entrée 10 ⁻² radian
4	7,04
3	5,28
2	3,52
1	1,76
0	
-1	-1,76
-2	-3,52
-3	-5,28
-4	-7,04

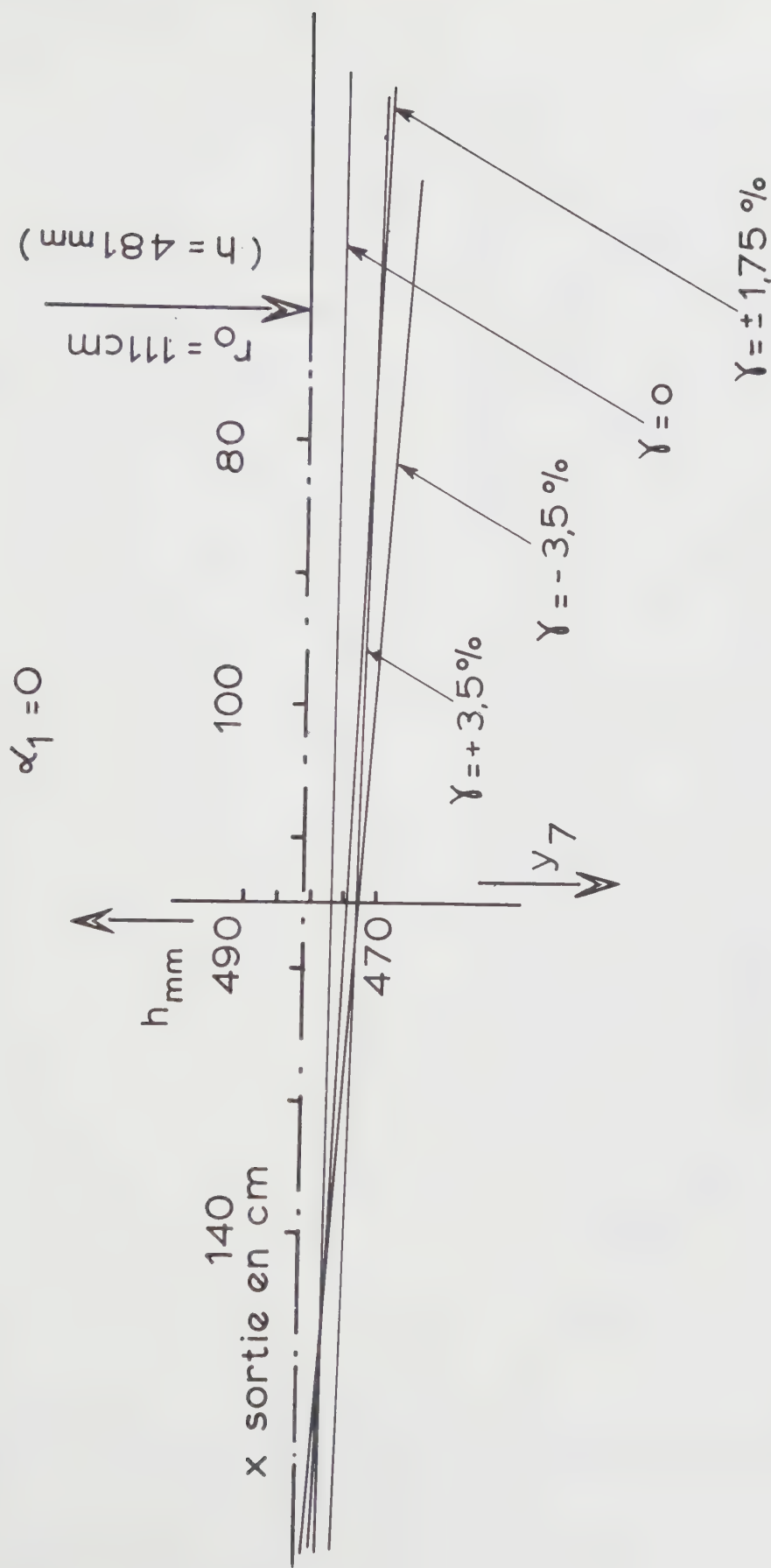


Fig. 50. Méthode du pinceau d'électrons: triple focalisation
à 456 MeV/c

Diaphragme	Ω 10^{-3}Stér.
3,275%	6,15
0	8,15
3,275%	7,8
ABCD	2,3
A' B' C' D'	4,05

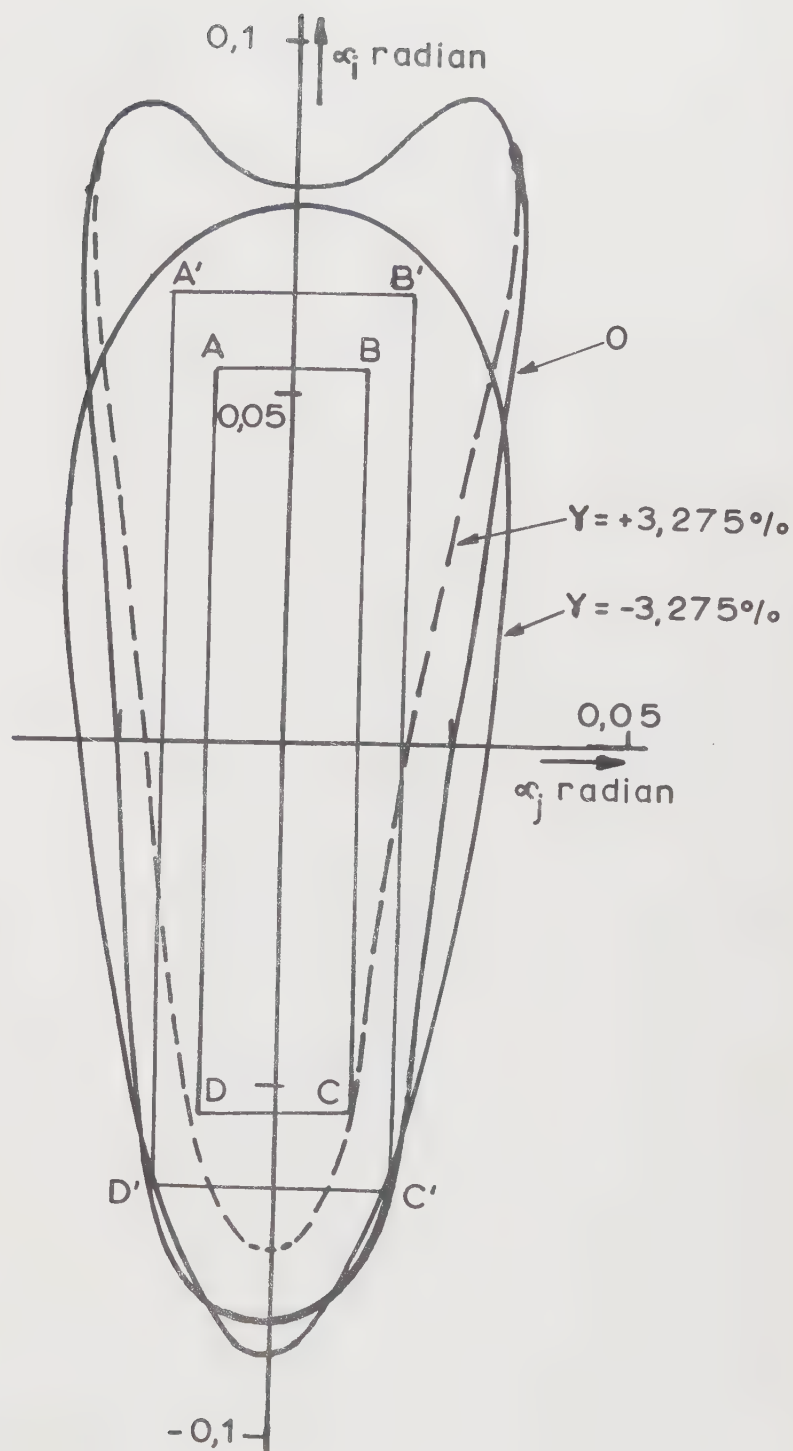


Fig.51. — Diaphragmes d'entrée a 236 MeV/c
(Méthode du pinceau d'électrons)

Diaphragme	Ω 10^{-3} Stér.
4,3%	4,35
0.	7,15
4,2%	4,2
ABCD	1,5
A'B'C'D'	3

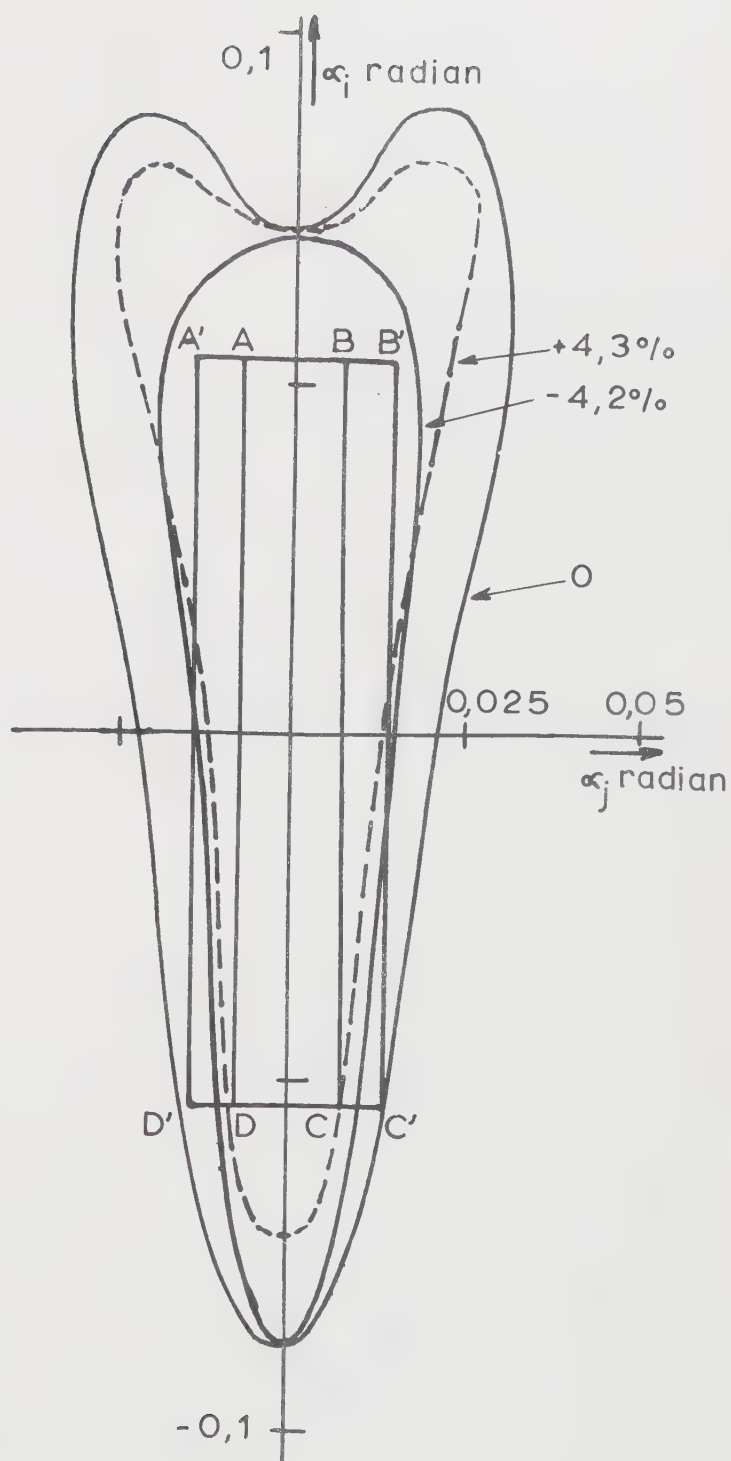


Fig. 52. — Diaphragmes d'entrée à 456 MeV/c
(Méthode du pinceau d'électrons)

Diaphragmes	Ω 10^{-3} Stér
O	6,2
A B C D	1,35
A' B' C' D'	2,43

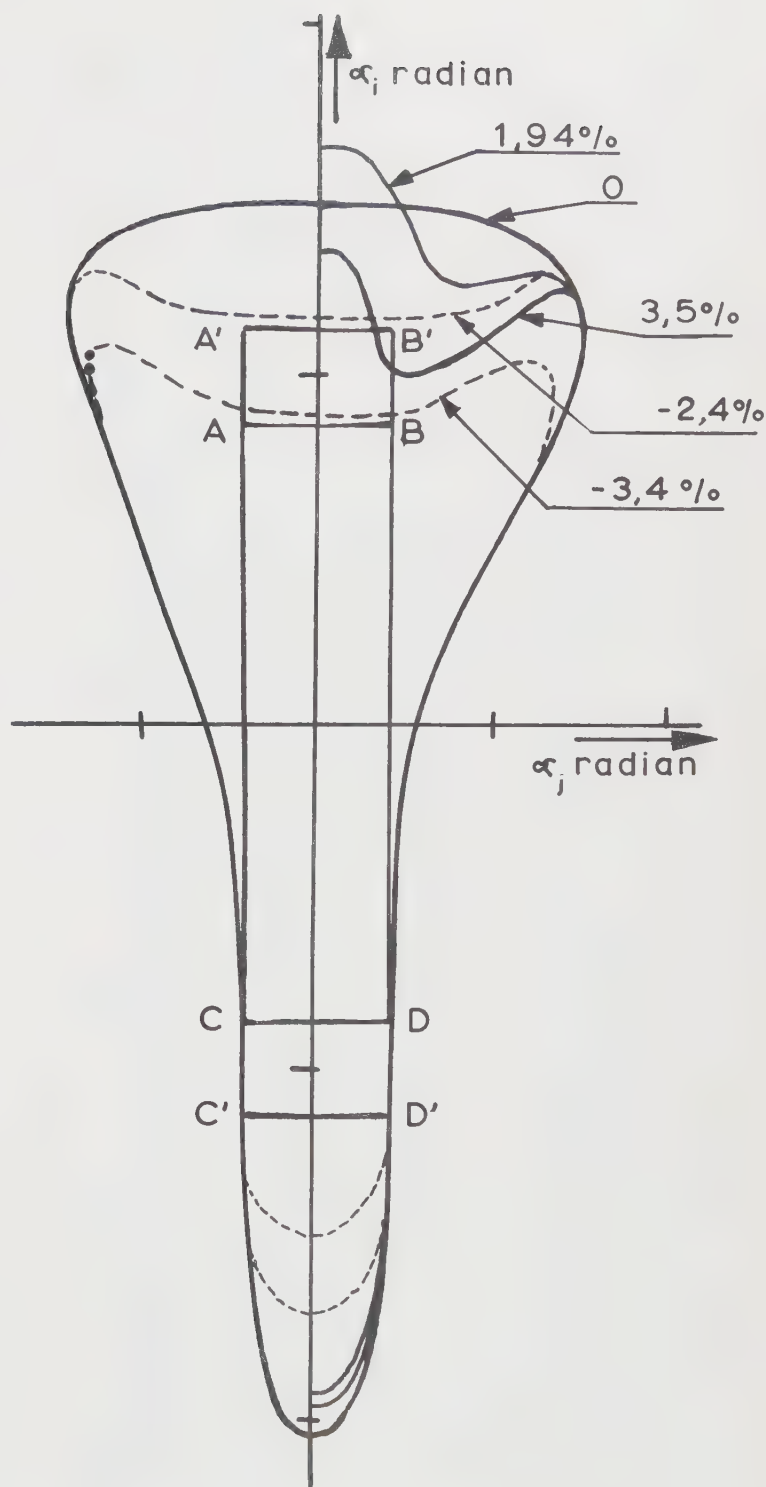


Fig. 53 - Diaphragmes d'entrée à 540 MeV/c
(Méthode du pinceau d'électrons)

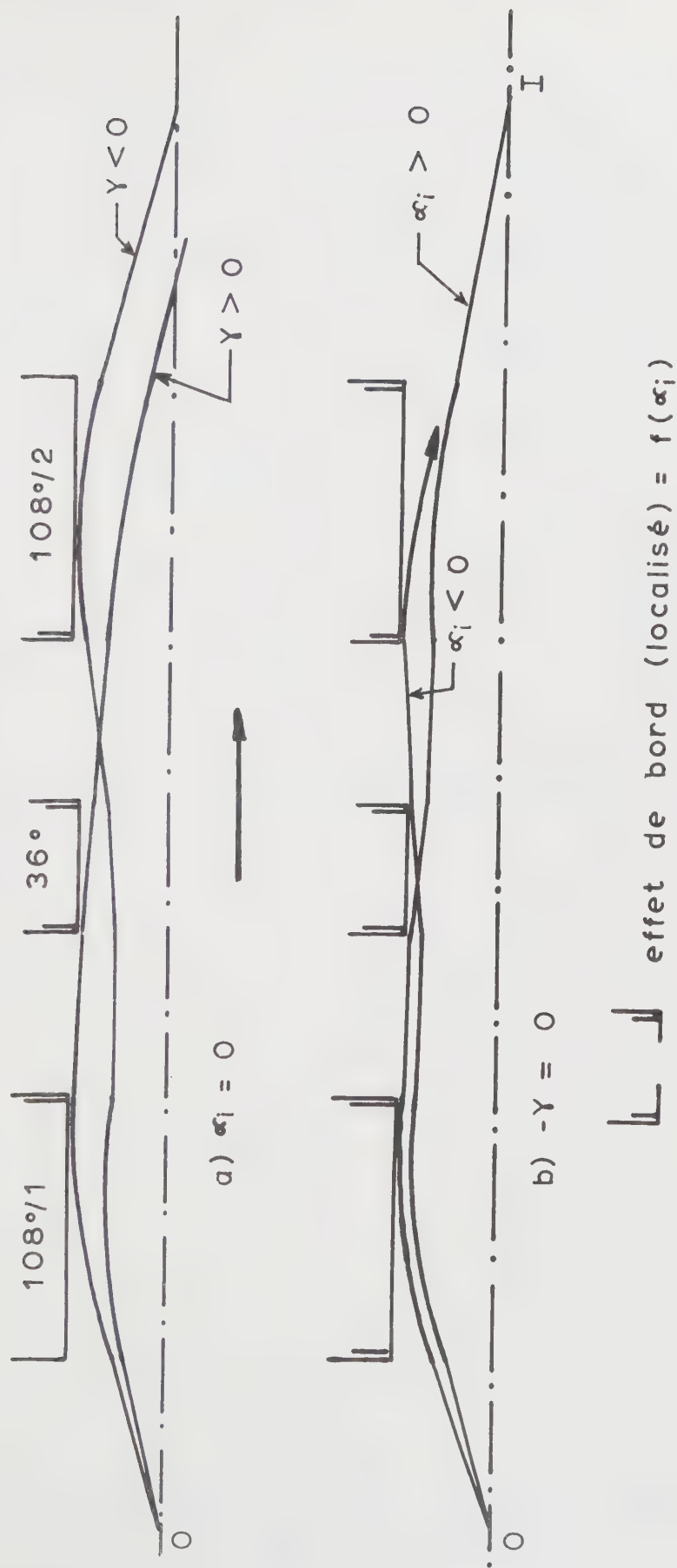
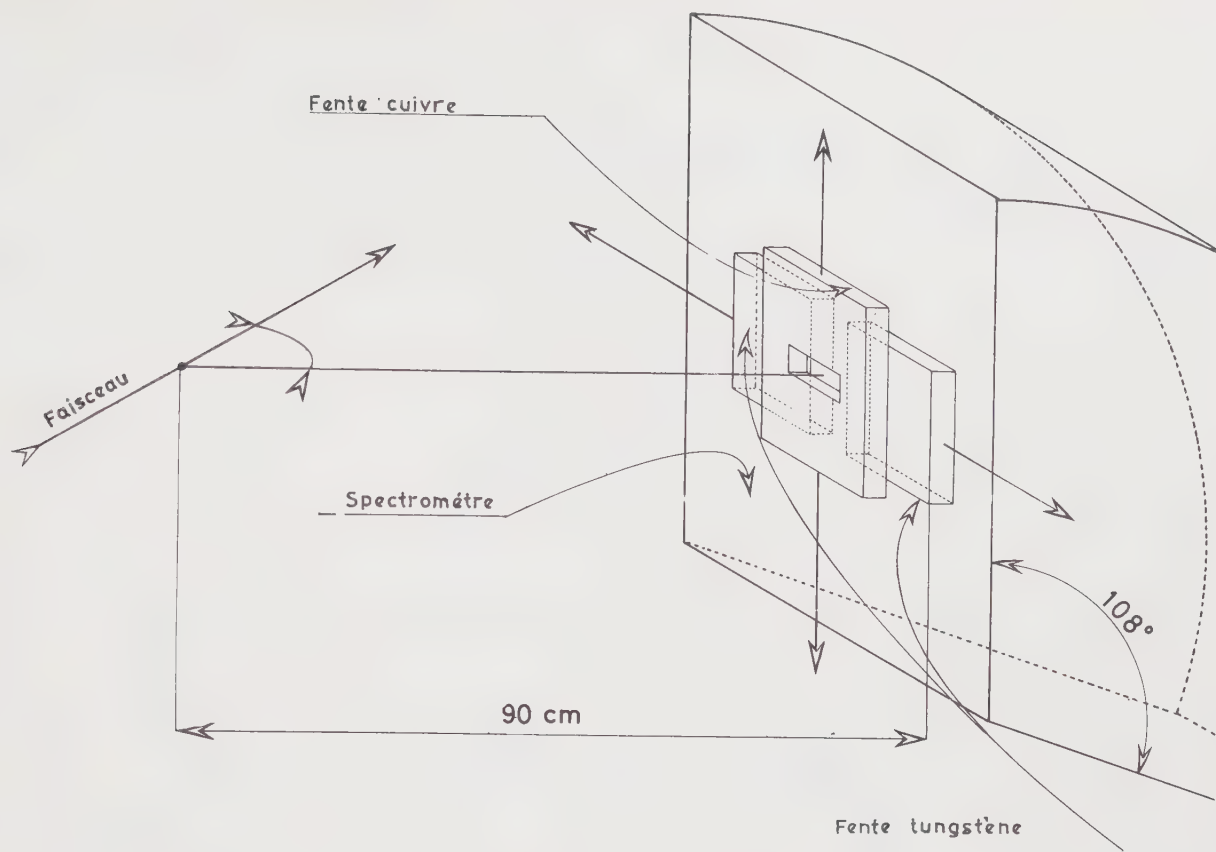
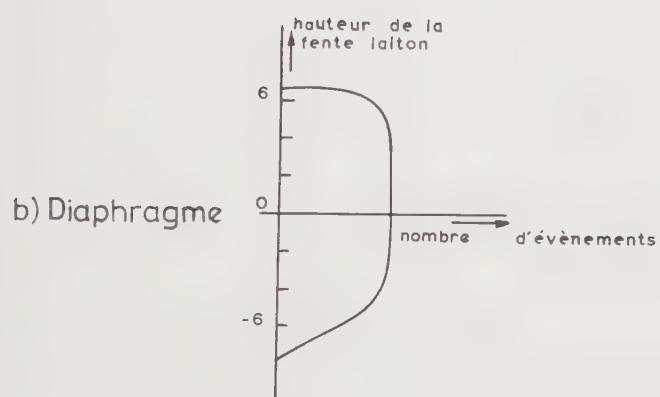


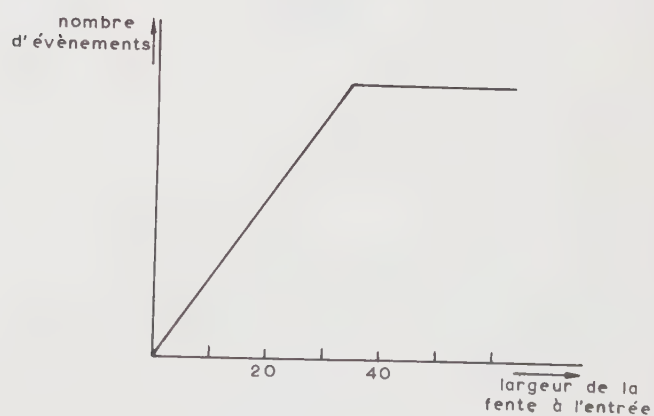
Fig. 54 - Diagrammes dans le plan transverse;
Influence de γ et α_i



a) Dispositif expérimental



b) Diaphragme



c) Normalisation

Fig. 55. Mesure de l'angle solide par une expérience de diffusion d'électrons.

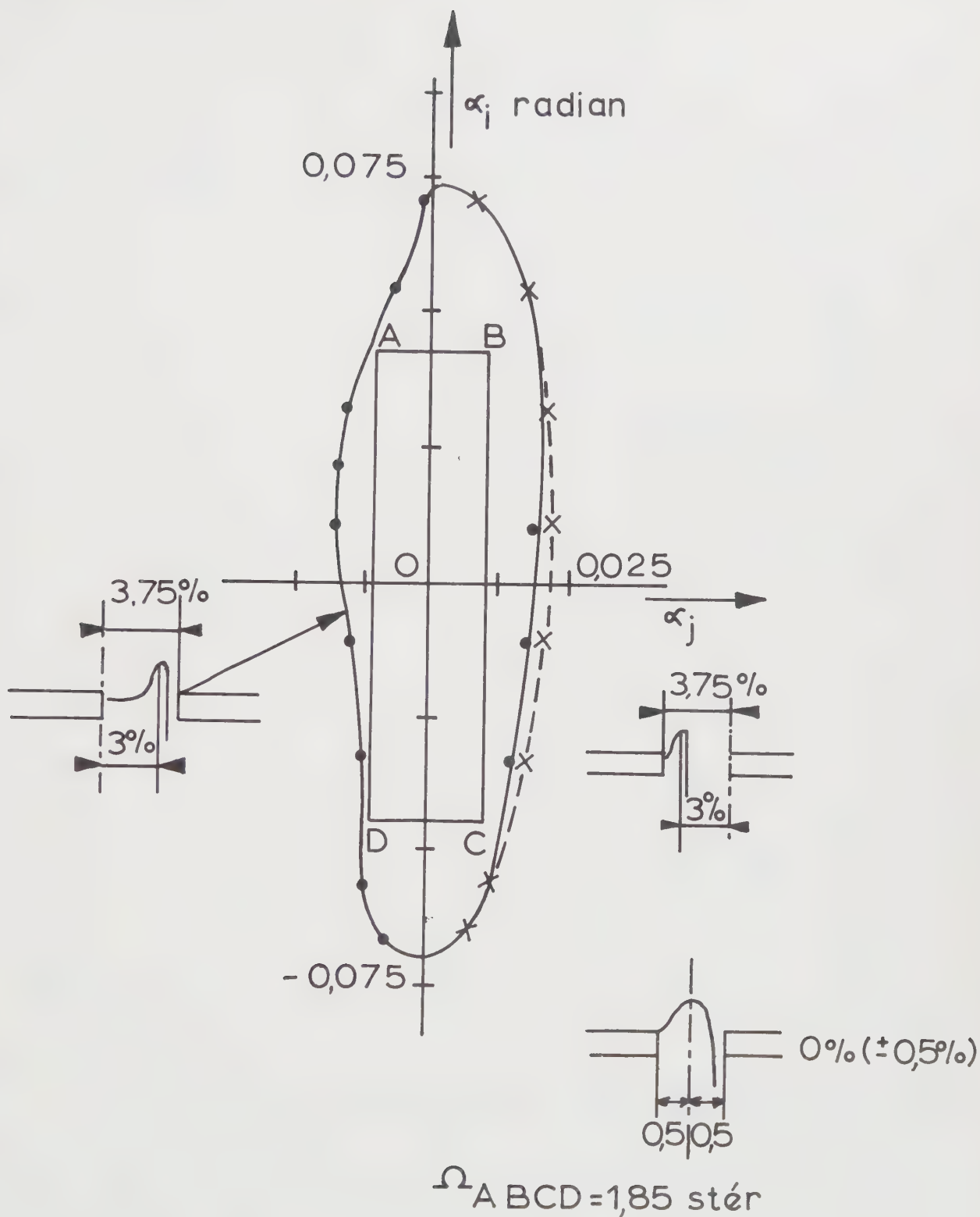
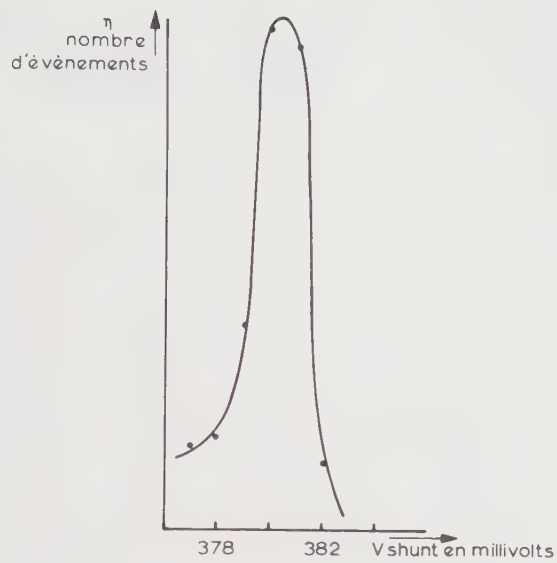
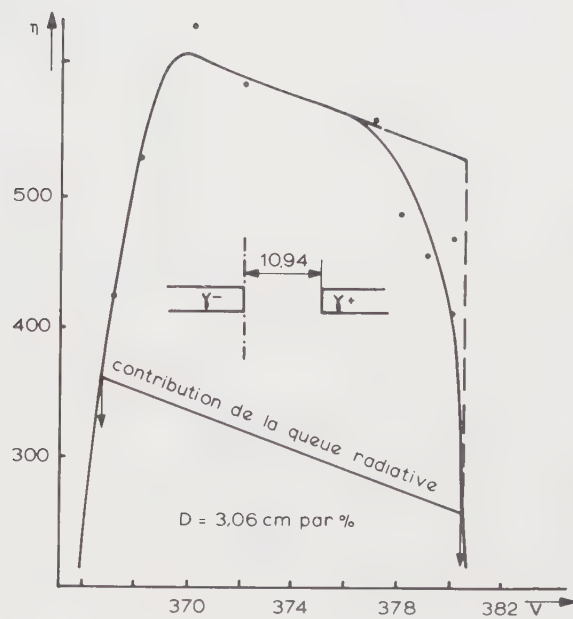


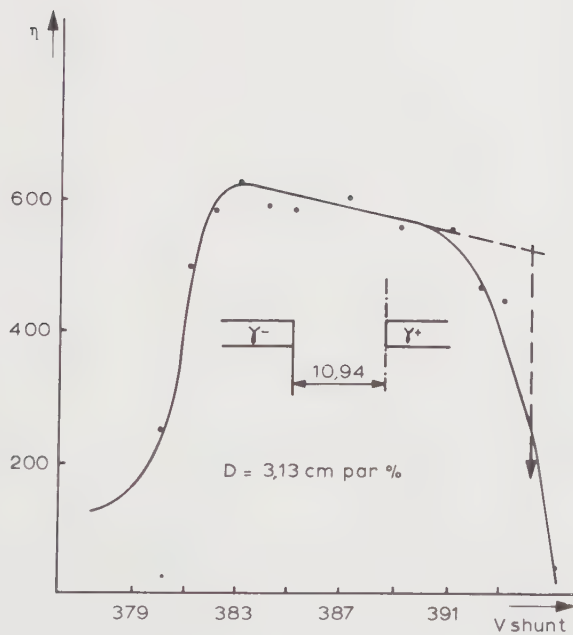
Fig.56. Diaphragmes d'entrée à 311 MeV/c
(Méthode du plateau)



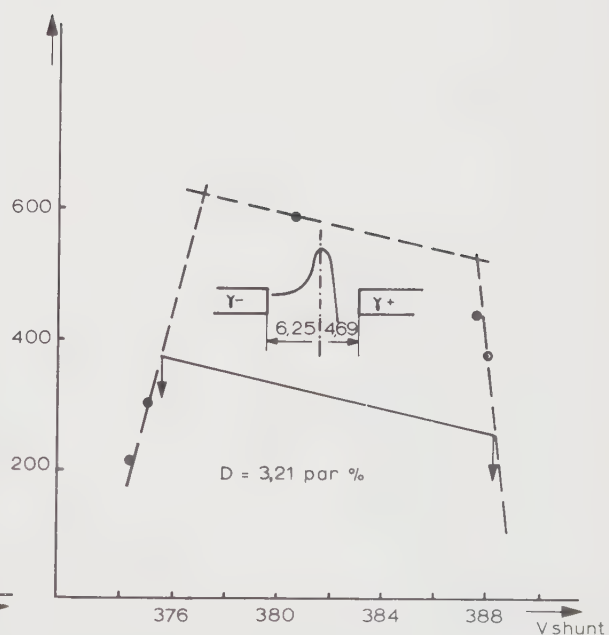
a. Pic élastique



b. $\frac{\Delta D}{D} = \gamma \sim +3,5\%$



c. $\gamma \sim -3,5\%$



d. $\gamma_1 \sim -2\%$ — $\gamma_2 \sim 1,5\%$

Fig .57. détermination de la dispersion par la méthode du plateau

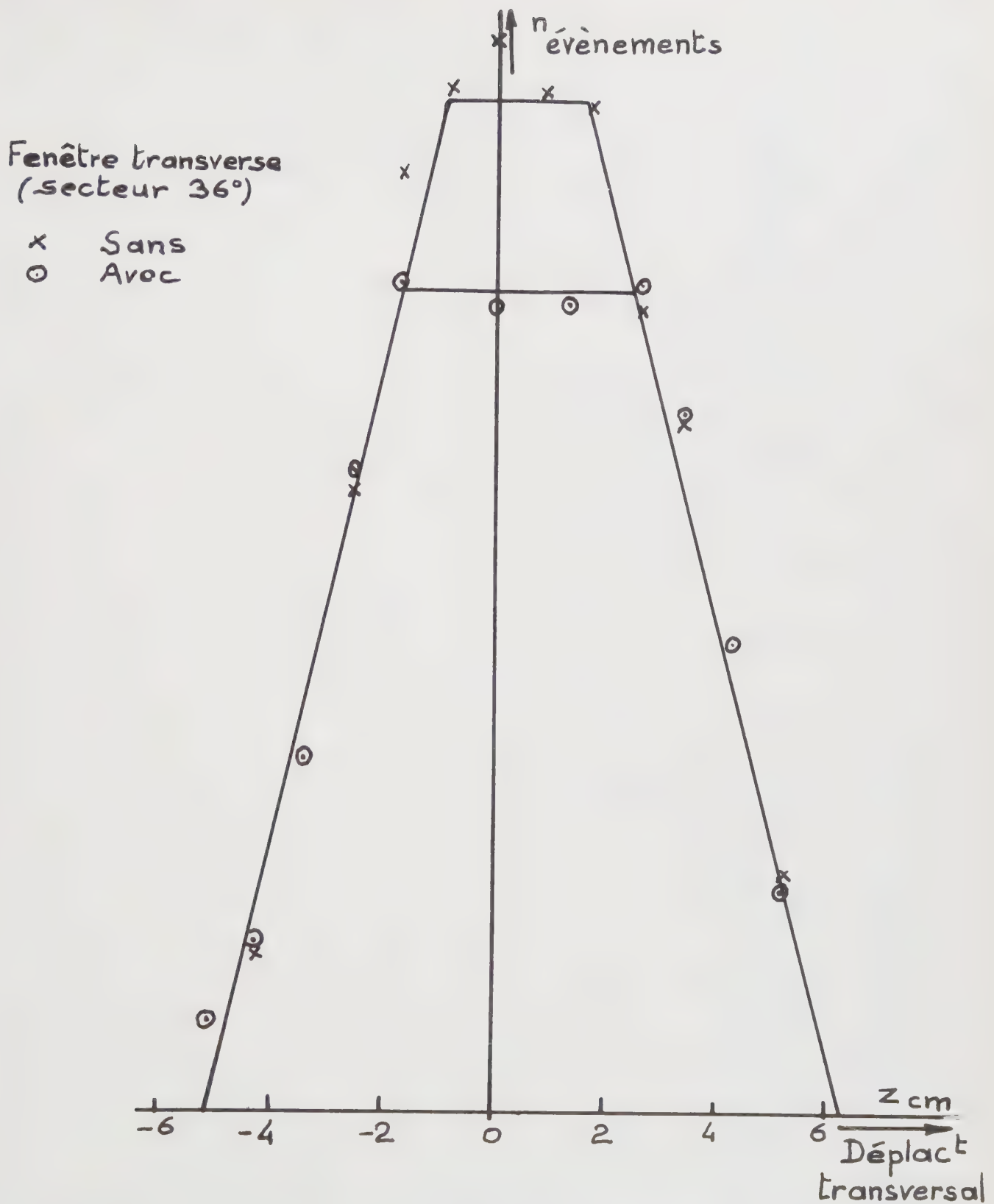


Fig.58. Variation de l'angle solide en fonction du déplacement transverse de la cible ($300 \text{ MeV}/c$)

$$\begin{cases} q^2 = 10,20 f^{-2} \\ \theta = 60^\circ \end{cases}$$

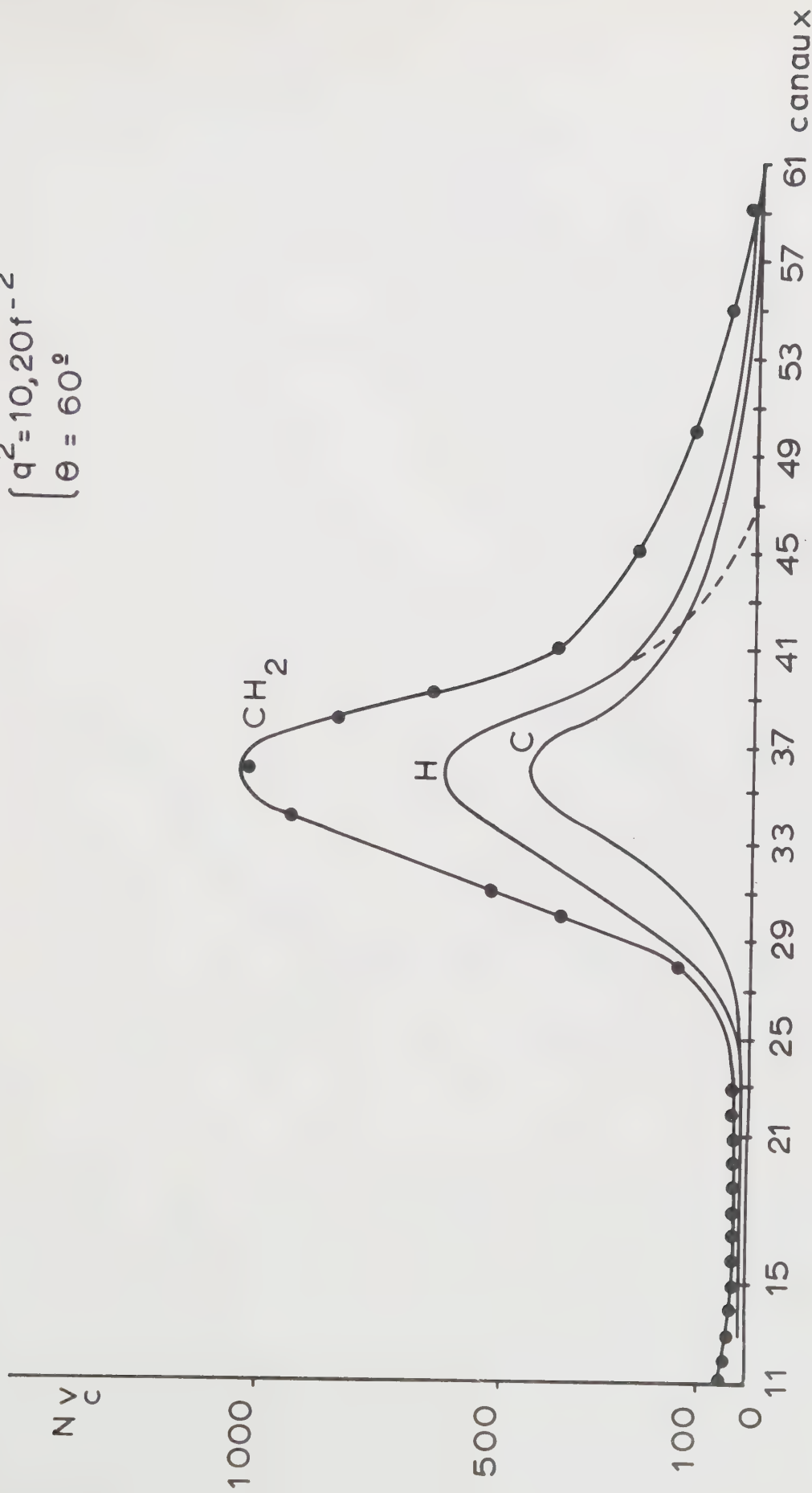


Fig. 59 - Spectre Cerenkov obtenu sur l'analyseur multicanaux [21]

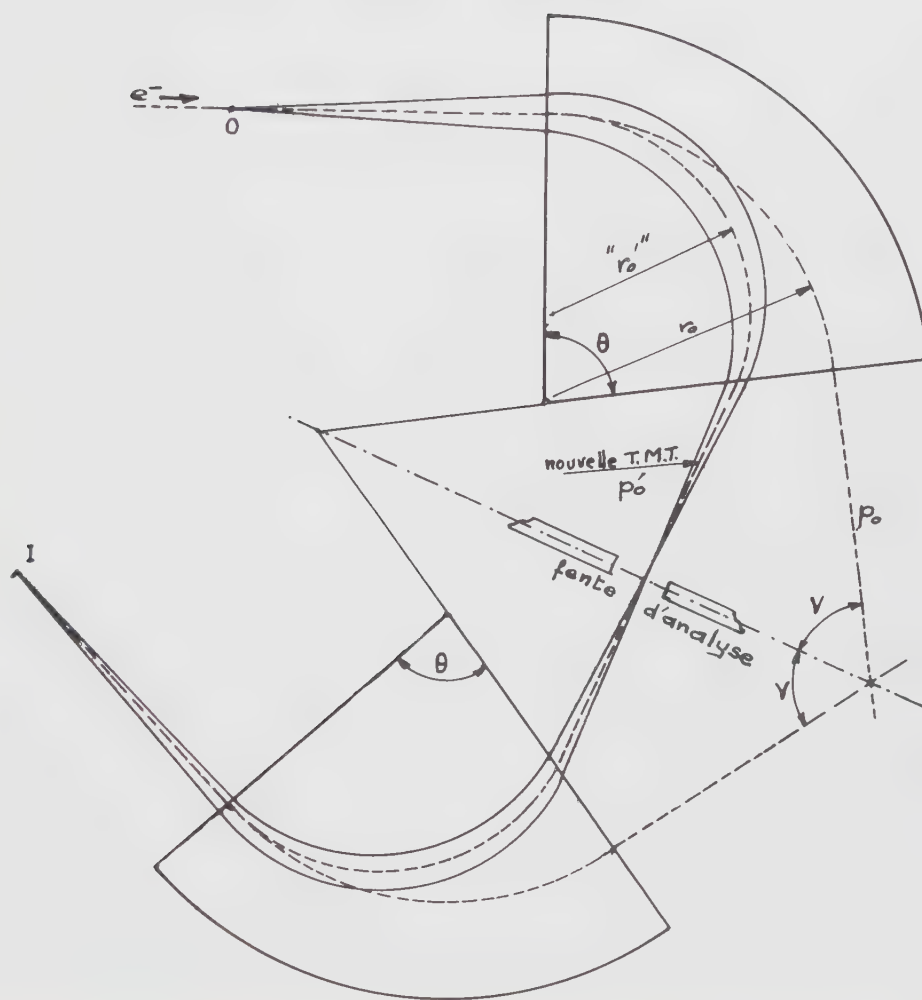


Fig.60 _ Spectromètre à triple focalisation avec correction du terme α_{ij}

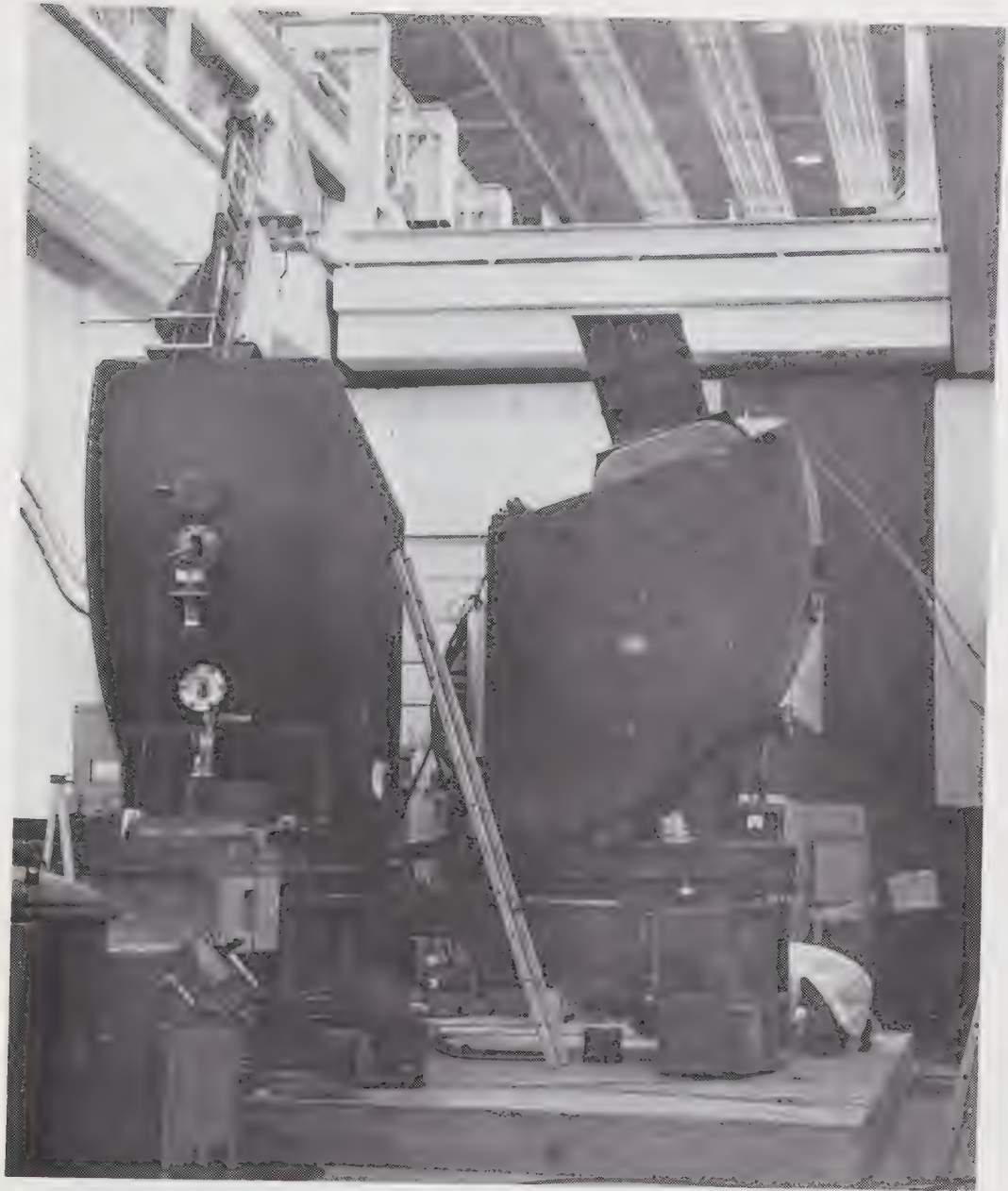


Fig. 61 - Les deux électro-aimants de 108° utilisés en 1962 comme spectromètres dans la salle de cibles 500 MeV. Remarquer sur l'électro-aimant de gauche le translateur à 3 directions monté à la sortie pour une expérience du fil flottant et, à 30° du plan de sortie, un porte-sonde pour mesures radiales d'induction.

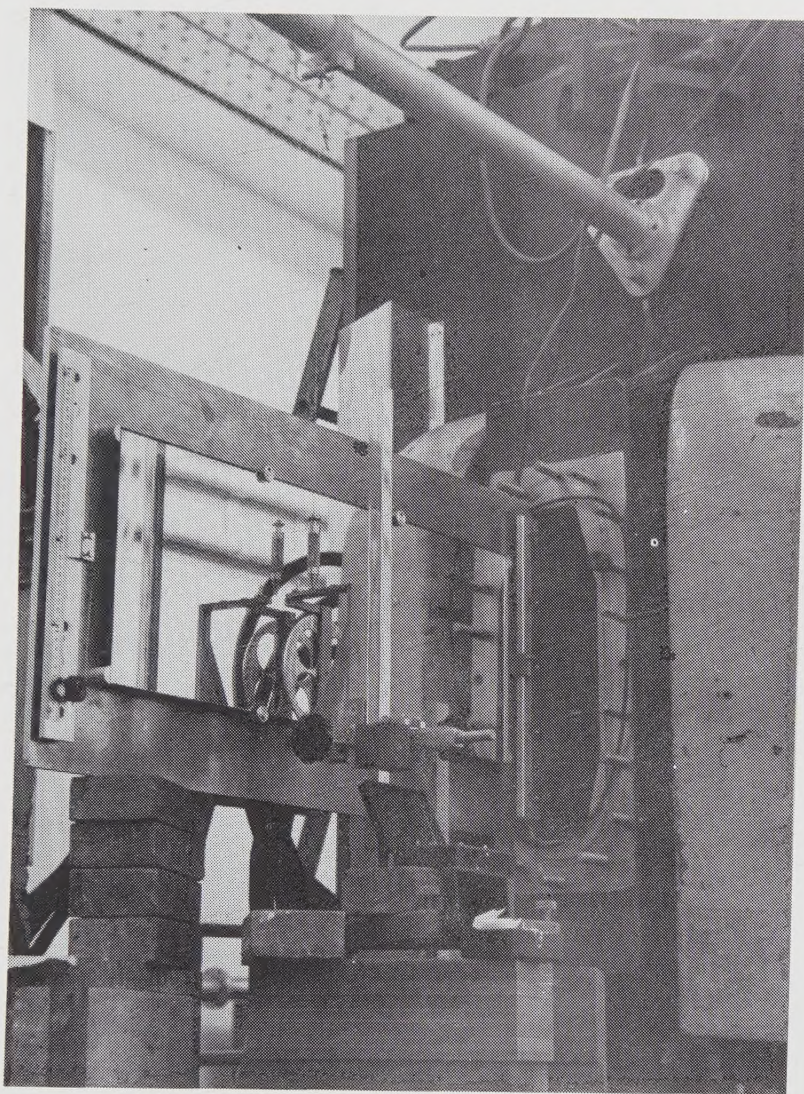


Fig. 62 _ Expérience du fil flottant sur l'un des électro-aimants de la figure précédente ; le miroir parallèle au plan radial permettait de repérer la position du fil avec le minimum d'erreur de paralaxe.

